

Résistance des matériaux

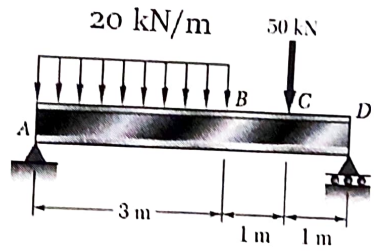
Les étapes à suivre pour établir les diagrammes des efforts intérieurs qui permettent d'identifier les zones dangereuses sont les suivantes :

1. Calculer les réactions d'appuis.
2. Déterminer le nombre de coupes à effectuer et délimiter la poutre en sections.
3. Résoudre les conditions d'équilibre pour chaque coupe afin de déterminer comment varient N , T et M en tous points de la section.
4. Calculer les valeurs aux limites de chaque section.
5. Tracer les diagrammes de N , T et M à partir des conditions aux limites.

Résistance des matériaux

Application

Une poutre bi-appuyée est soumise à une charge uniformément répartie $w = 20 \text{ kN/m}$ entre A et B et à un effort ponctuel $F = 50 \text{ kN}$ en C.



1. Calculer les réactions aux appuis.
2. Déterminer le nombre de coupes à effectuer.
3. Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.
4. En déduire le moment fléchissant maximum.
5. Vérifier la relation $\frac{dM_{fz}}{dx} = T_y$

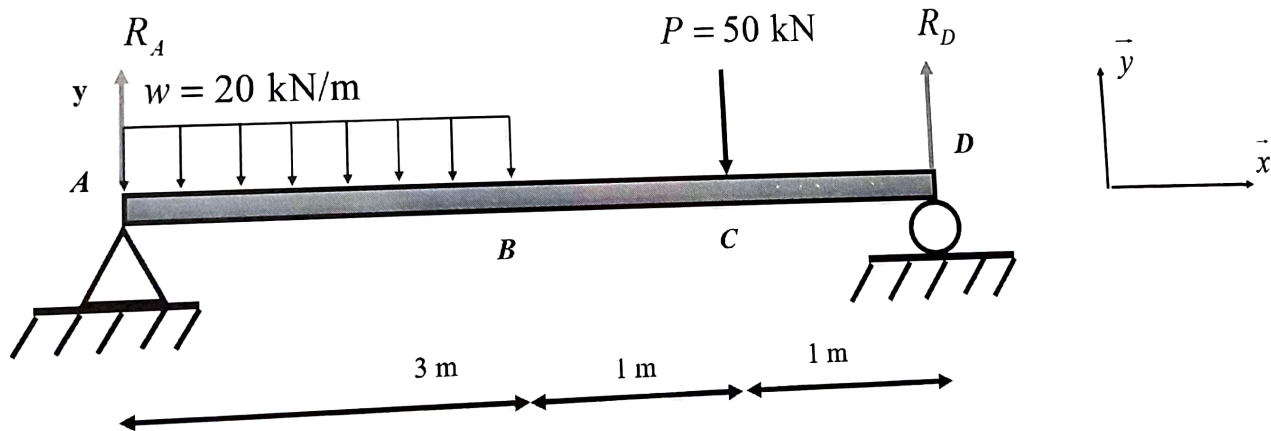
Résistance des matériaux

Corrigé :

Question 1 :

On doit calculer tout d'abord les réactions aux appuis R_A et R_D .

On applique le PFS :



Résistance des matériaux

Conditions d'équilibre :

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow R_A - \int_0^3 20dx - 50 + R_D = 0 \\ \sum M_A = 0 \rightarrow -\int_0^3 20xdx - 4 \times 50 + 5R_D = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A + R_D = 110 \\ 5R_D = 200 + 10 \times 9 = 290 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_A = 110 - 58 = 52 \text{ kN} \\ R_D = 58 \text{ kN} \end{cases}$$

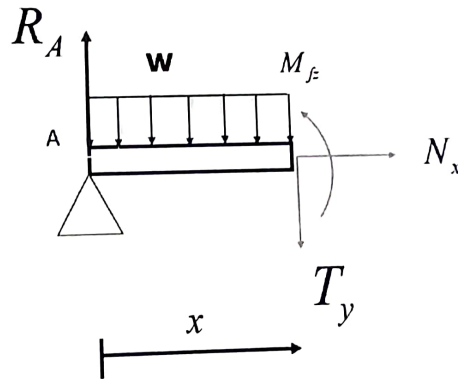
Question 2 : nombre de coupes = 3

Résistance des matériaux

Question 3

Pour tracer les diagrammes des efforts intérieurs, on doit réaliser 3 coupes.

Coupe 1 : $0 \leq x < 3$



Résistance des matériaux

Coupe 1 : $0 \leq x < 3$

$$\begin{cases} R_A - \int_0^x 20dx - T = 0 \\ M - Tx - \int_0^x 20xdx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = 52 - 20x \\ M = Tx + 10x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = 52 - 20x \text{ kN} \\ M = 52x - 10x^2 \text{ kNm} \end{cases}$$

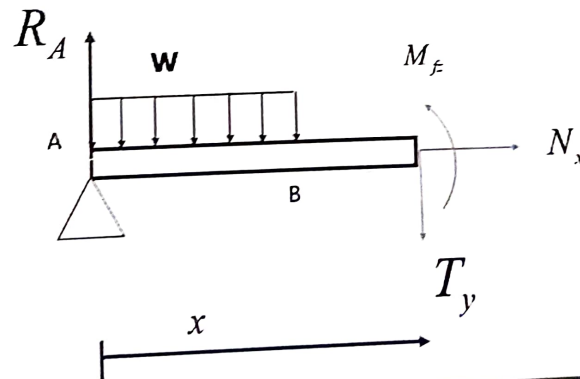
Résistance des matériaux

Coupe 2 :

$$3 \leq x < 4$$

$$\begin{cases} R_A - \int_0^3 20dx - T = 0 \\ M - Tx - \int_0^3 20xdx = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = 52 - 60 = -8 \text{ kN} \\ M = -8x + 90 \text{ kNm} \end{cases}$$



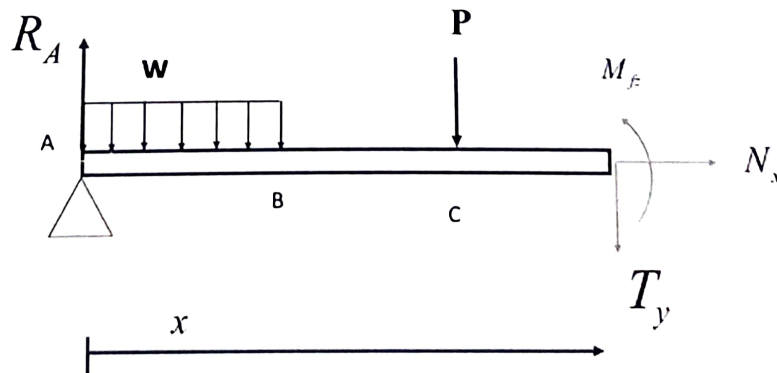
Résistance des matériaux

Coupe 3 :

$$4 \leq x < 5$$

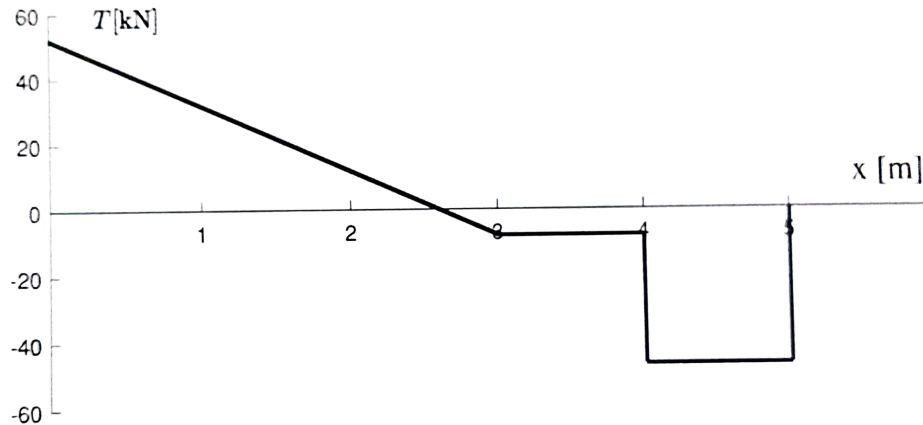
$$\begin{cases} R_A - \int_0^3 20 dx - T - 50 = 0 \\ M - Tx - \int_0^3 20x dx - 4 \times 50 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T = -58 \text{ kN} \\ M = -58x + 290 \text{ kNm} \end{cases}$$



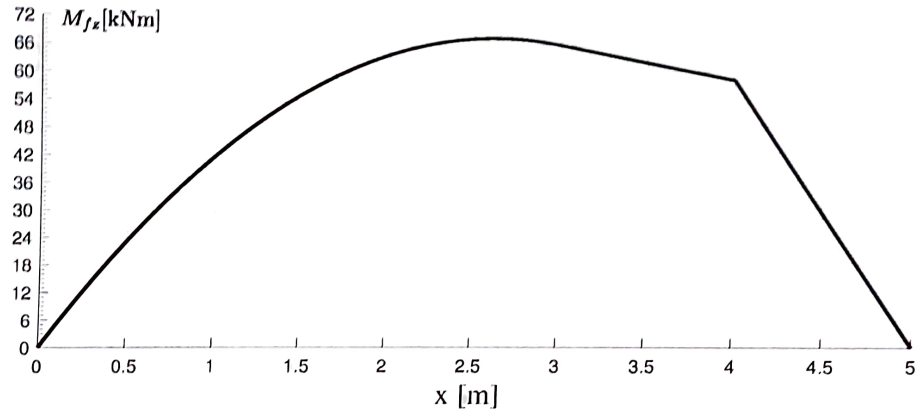
Résistance des matériaux

Les diagrammes des efforts intérieurs sont représentés sur les figures ci-contre :



$$T_y = \begin{cases} 52 - 20x \text{ kN} & 0 \leq x < 3 \\ -8 \text{ kNm} & 3 \leq x < 4 \\ -58 \text{ kNm} & 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

Résistance des matériaux



$$M_{fz} = \begin{cases} 52x - 10x^2 \text{ kN} & 0 \leq x < 3 \\ -8x + 90 \text{ kNm} & 3 \leq x < 4 \\ -58x + 290 \text{ kNm} & 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

Résistance des matériaux

Question 4 :

Le moment fléchissant atteint son maximum quand : $\frac{dM_{fz}}{dx} = 0$

Le moment fléchissant est maximum pour $0 \leq x \leq 3$

$$\frac{dM_{fz}}{dx} = 52 - 20x = 0 \longrightarrow x = 52/20 = 2,6 \text{ m}$$

Le moment fléchissant maximum est égal à :

$$M_{fz}^{\max} = 52 \times 2,6 - 10 \times 2,6^2 = 67,6 \text{ kNm}$$

Résistance des matériaux

Question 5 : vérifier la relation : $\frac{dM_{fz}}{dx} = T_y$

$$M_{fz} = \begin{cases} 52x - 10x^2 \text{ kN} & 0 \leq x < 3 \\ -8x + 90 \text{ kNm} & 3 \leq x < 4 \\ -58x + 290 \text{ kNm} & 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

$$T_y = \begin{cases} 52 - 20x \text{ kN} & 0 \leq x < 3 \\ -8 \text{ kNm} & 3 \leq x < 4 \\ -58 \text{ kNm} & 4 \leq x < 5 \end{cases}$$

La relation $\frac{dM_{fz}}{dx} = T_y$ est vérifiée.