

Résistance des matériaux

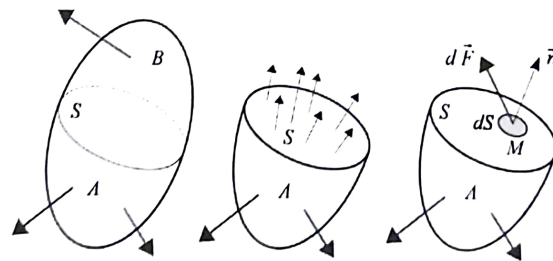
Objectifs (deuxième partie)

- Introduire la notion de contrainte.
- Appliquer la loi de Hooke.
- Dimensionner une poutre sollicitée en traction/compression.
- Dimensionner une poutre sollicitée en cisaillement.

Résistance des matériaux

Notion de contrainte : vecteur contrainte

- le tenseur de cohésion permet de modéliser les efforts intérieurs en un point mais ne représente qu'une vision globale de toutes les actions mécaniques qui s'appliquent localement en chaque point de la section.
- Il ne permet pas de définir la répartition de ces efforts dans la surface de la section. Pour cela, on fait appel à la notion de contrainte.

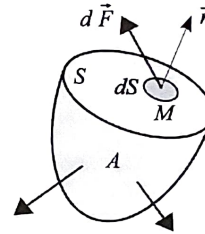


Résistance des matériaux

Notion de contrainte : vecteur contrainte

Soit :

- dS : élément de surface de centre M
- $d\vec{F}$: effort élémentaire exercé sur dS
- \vec{n} : vecteur unitaire normal à dS



\implies le vecteur contrainte au point M s'écrit :

$$\vec{C}(M, \vec{n}) = \frac{d\vec{F}}{dS}$$

L'unité du vecteur contrainte est le rapport d'une force par unité de surface : N/mm^2 ou Pa.

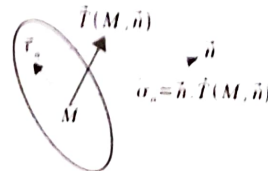
Résistance des matériaux

Notion de contrainte : vecteur contrainte

On définit les contraintes normale et tangentielle respectivement la projection de $\vec{C}(M, n)$ sur la normale \vec{n} , et la projection de $\vec{C}(M, n)$ sur le plan de l'élément de surface dS :

$$\vec{C}(M, n) = \sigma \vec{n} + \tau \vec{t}$$

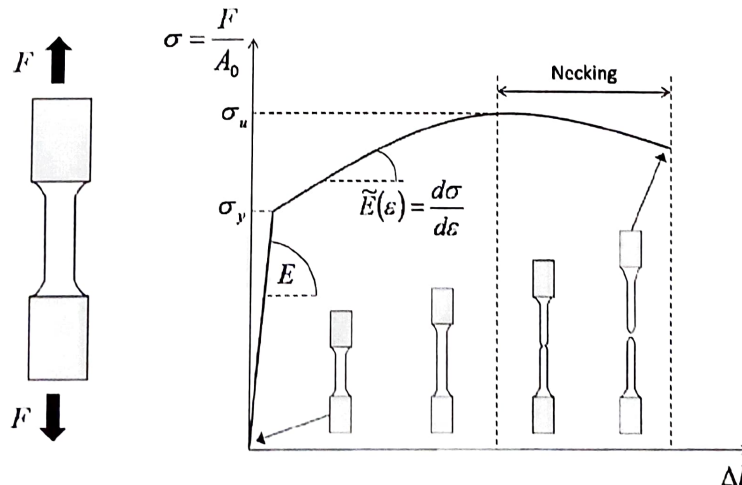
- σ : contrainte normale,
- τ : contrainte tangentielle,
- \vec{n} : vecteur normale à l'élément de surface dS ,
- \vec{t} : vecteur tangent à l'élément de surface dS .



Résistance des matériaux

Caractérisation des matériaux : essai de traction

- Les caractéristiques des différents matériaux sont définies à partir d'essais effectués sur des éprouvettes normalisées. Le plus classique est l'essai de traction, qui permet d'établir, pour le matériau testé, une courbe «contrainte/déformation». Pour un grand nombre de matériaux, la courbe obtenue présente l'allure ci-dessous.



Résistance des matériaux

Caractérisation des matériaux : essai de traction

- On remarque une zone, appelée domaine élastique, où le graphe est une droite. Pour tous les points de cette droite, la déformation ε est proportionnelle à la contrainte σ (donc à l'effort exercé), et le matériau est parfaitement élastique.

On note par :

- l_0 : la longueur avant déformation (mm)
- l : la longueur après déformation (mm)
- Δl : l'allongement de l'éprouvette (mm)

La déformation est donnée par :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Résistance des matériaux

Les caractéristiques mécaniques tirées d'un essai de traction sont :

- La limite élastique σ_e notée également R_e
- Le module d'élasticité longitudinale ou module de Young E
- La résistance à la rupture σ_r
- La contrainte maximale σ_m
- L'allongement $A\% = \frac{L_f - L}{L} \times 100$
- Le coefficient de striction $Z\% = \frac{S_0 - S_f}{S_0} \times 100$

\implies Après rupture l'éprouvette a une longueur finale L_f ; L étant la longueur initiale.

\implies S_0 est la section initiale et S_f est la section après rupture.

Résistance des matériaux

Caractérisation des matériaux : coefficient de Poisson

Déformation longitudinale :

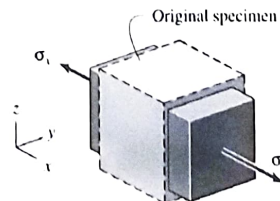
$$\sigma_x = E\varepsilon_x \implies \varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}$$

ν : coefficient de Poisson

$$\varepsilon_{\text{transv.}} = -\nu\varepsilon_{\text{long.}} \implies \nu = -\frac{\varepsilon_{\text{transv.}}}{\varepsilon_{\text{long.}}}$$

Déformations transversales :

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\nu\varepsilon_x = -\nu\frac{\sigma_x}{E}$$



Résistance des matériaux

Caractérisation des matériaux

Module d'élasticité longitudinale E (ou module de Young) :

Cette grandeur caractérise la pente de la droite et l'élasticité du matériau dans le sens longitudinal, selon la proportionnalité entre contrainte et déformation (loi de Hooke) :

$$\sigma = E\varepsilon$$

Plus E est grand, plus le matériau est rigide et inversement.

Exemples : E aciers = 200 000 N/mm² , E élastomères = 1 N/mm².

Résistance des matériaux

- Limite élastique R_e :
- Cette contrainte marque la fin du domaine élastique. Pour les valeurs supérieures, le matériau ne se déforme plus élastiquement, mais plastiquement ; il subsiste après déformation un allongement permanent.
- Module d'élasticité transversale G (ou module de Coulomb) :
⇒ caractérise l'élasticité du matériau dans le sens transversal de l'éprouvette. Cette grandeur est proportionnelle au module de Young, elle est donnée par :

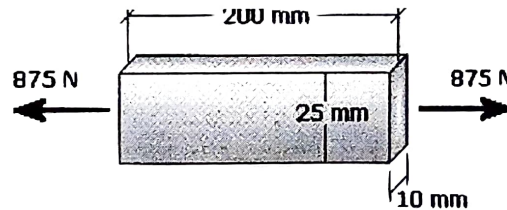
$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Résistance des matériaux

Application

Le bloc représenté sur la figure ci-contre est soumis à un effort de traction. Les déformations longitudinale et transversale sont égales à :

$$\varepsilon^T = -0,025, \quad \varepsilon^L = 0,5$$



- Déterminer le module de Young et le coefficient de Poisson.

Résistance des matériaux

Condition de résistance :

Les contraintes développées dans les poutres doivent rester dans le domaine élastique. En général, on adopte un coefficient de sécurité s

- La condition de résistance pour une contrainte normale d'extension est :

$$\sigma = \frac{N}{S} \leq R_{pe} = \frac{\sigma_e}{s}$$

Avec R_{pe} contrainte pratique à l'extension en MPa

- En compression : $\sigma = \frac{N}{S} \leq R_{pc} = \frac{\sigma_e}{s}$

Avec R_{pc} contrainte pratique à la compression en MPa

Résistance des matériaux

Condition de rigidité :

Pour des raisons fonctionnelles (problèmes d'alignement d'appui, cahier des charges), il est parfois important de limiter l'allongement. Il doit rester inférieur à une valeur limite ΔL (ΔL_{lim})

D'après la loi de Hooke :

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta L}{L}$$

$$\sigma = \frac{N}{S}$$

$$\Delta L = \frac{NL}{ES}$$