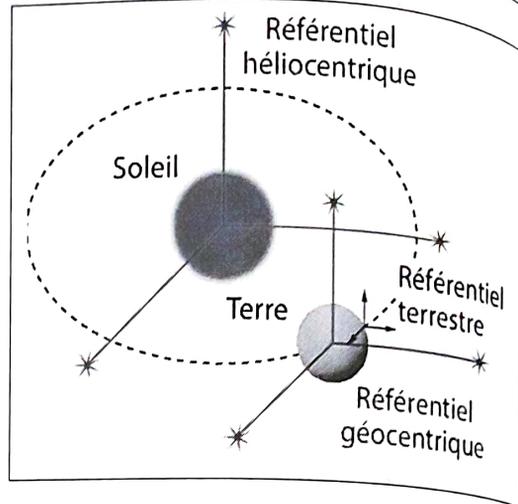


# MOUVEMENTS ET TRAJECTOIRES

## A. Introduction

**REFERENTIEL** : un référentiel est un repère géométrique  $R(0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  auquel on associe une base de temps avec des instants  $t$  mesurés en seconde. On peut lier à n'importe quelle pièce un référentiel, dans ce cas on utilise le repère de la pièce comme nom du référentiel.

Dans nos approches, nous utiliserons un référentiel terrestre ce qui veut dire que l'on va considérer que la Terre est fixe et ne bouge pas.



**NOTATIONS** : le mouvement d'une pièce 4 par rapport à une pièce 0 est noté mouvement 4/0 ou  $Mvt_{4/0}$ .

Exemple :

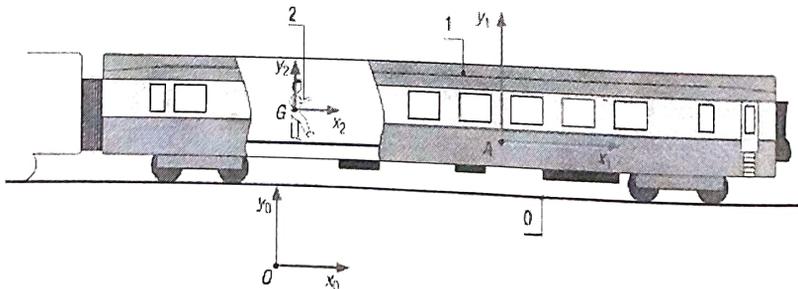
- Le mouvement d'un solide 2 par rapport au sol 1 est noté :  $Mvt_{2/1}$
- Le mouvement du sol 1 par rapport au solide 2 est noté :  $Mvt_{1/2}$
- Les deux mouvements précédents sont opposés.

## B. Mouvements absolus et relatifs

**Mouvement absolu** : mouvement par rapport à un référentiel « fixe ».

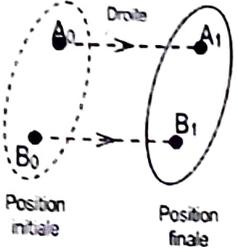
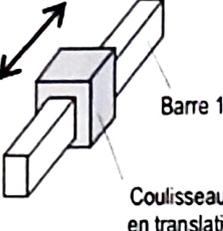
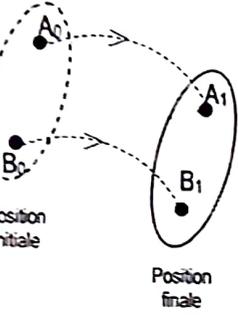
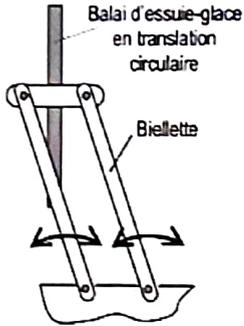
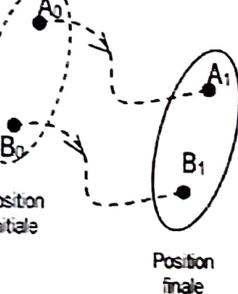
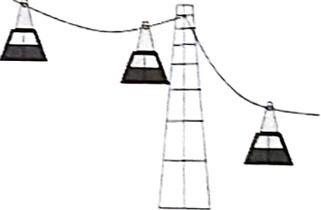
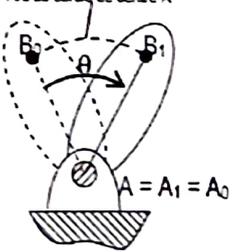
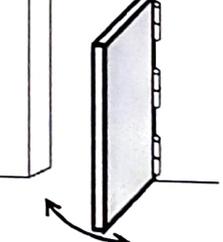
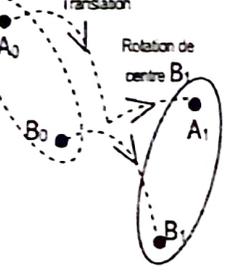
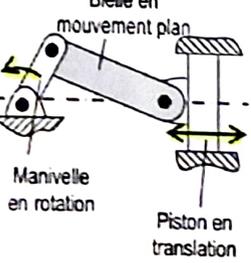
**Mouvement relatif** : mouvement par rapport à un référentiel mobile.

Exemple : Un train 1 roule sur des rails fixés au sol 0. Dans le train 1, un voyageur 2 se déplace.



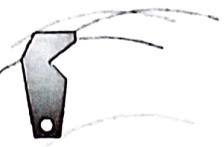
- Le mouvement de 2/0 est un mouvement absolu.
- Le mouvement de 1/0 est un mouvement absolu.
- Le mouvement de 2/1 est un mouvement relatif.

### C. Mouvements particuliers des solides

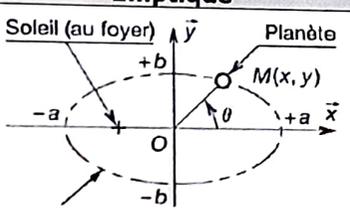
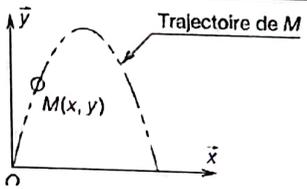
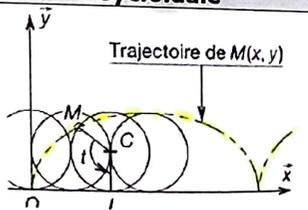
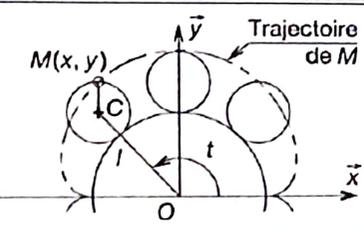
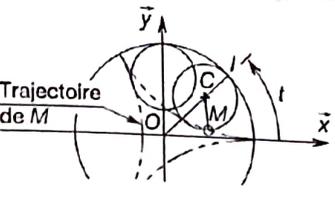
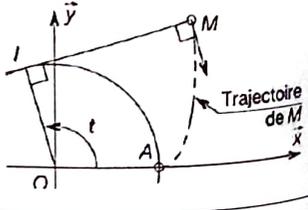
Mouvement	Propriétés	Exemple	Caractéristiques fondamentales
<b>Translation rectiligne</b>	 <p>Position initiale      Position finale</p>	 <p>Barre 1 Coulisseau 2 en translation</p>	<p>Le solide reste parallèle à lui-même :</p> $(A_1B_1) // (A_0B_0)$ $[A_0A_1] = [B_0B_1]$ <p>Les trajectoires de chaque point sont des droites.</p>
<b>Translation circulaire</b>	 <p>Position initiale      Position finale</p>	 <p>Balai d'essuie-glace en translation circulaire Bielle</p>	<p>Le solide reste parallèle à lui-même :</p> $(A_1B_1) // (A_0B_0)$ <p>Les courbes <math>A_0A_1</math> et <math>B_0B_1</math> sont identiques. Les trajectoires de chaque point sont des cercles.</p>
<b>Translation curviligne</b>	 <p>Position initiale      Position finale</p>		<p>Le solide reste parallèle à lui-même :</p> $(A_1B_1) // (A_0B_0)$ <p>Les courbes <math>A_0A_1</math> et <math>B_0B_1</math> sont identiques. Les trajectoires de chaque point sont des courbes quelconques.</p>
<b>Rotation d'axe fixe</b>	 <p>Arc de cercle de centre A <math>\theta</math> A = A1 = A0</p>		<p>Les points du solide décrivent des cercles centrés sur l'axe de rotation</p>
<b>Mouvement plan général</b>	 <p>Translation Rotation de centre B1</p>	 <p>Bielle en mouvement plan Manivelle en rotation Piston en translation</p>	<p>Tous les points du solide se déplacent dans des plans parallèles entre eux au cours du mouvement</p>

## D. Trajectoires

La trajectoire d'un point  $M$  appartenant à une pièce 2 en mouvement par rapport à un référentiel 1 se note  $T_{M2/1}$  ; cette trajectoire correspond à l'ensemble des positions prises par le point  $M$  au cours du mouvement de 2/1 ( $T_{M2/1}$  est donc une courbe continue).

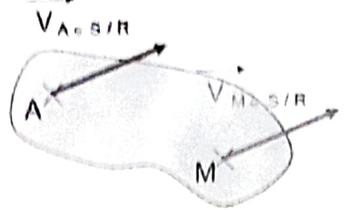
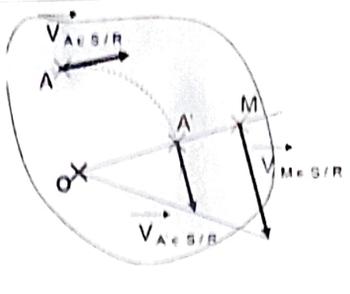
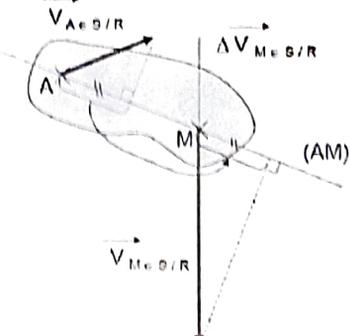
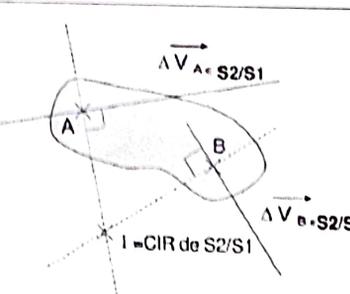
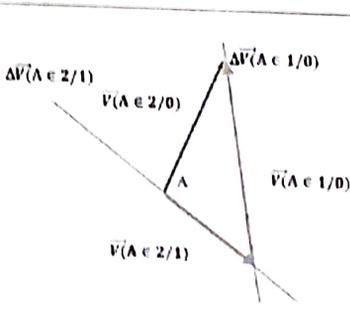
<b>Translation rectiligne</b>		La trajectoire d'un point quelconque du solide est une <b>droite</b> .
<b>Translation circulaire</b>		La trajectoire d'un point quelconque du solide est un <b>cercle</b> .
<b>Translation curviligne</b>		La trajectoire d'un point quelconque du solide est une <b>courbe quelconque</b> .
<b>Rotation</b>		La trajectoire d'un point quelconque du solide est un <b>cercle</b> .
<b>Mouvement Plan</b>		La trajectoire d'un point quelconque du solide est une <b>courbe quelconque</b> .

## E. Trajectoires particulières

<p><b>Elliptique</b></p>  <p>Exemple : planète autour du soleil.</p>	<p><b>Parabolique</b></p>  <p>Exemple : projectile lancé dans le champ de pesanteur.</p>	<p><b>Cycloïdale</b></p>  <p>Exemple : point sur un cylindre qui roule sans glisser sur un plan.</p>
<p><b>Epicycloïde</b></p>  <p>Exemple : trajectoire d'une dent d'engrenage épicycloïdal à contact extérieur.</p>	<p><b>Hypocycloïde</b></p>  <p>Exemple : trajectoire d'une dent d'engrenage épicycloïdal à contact intérieur.</p>	<p><b>Développante de cercle</b></p>  <p>Exemple : profil d'une dent d'engrenage.</p>

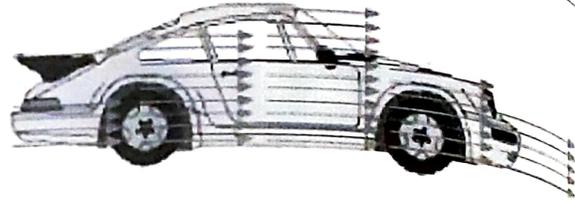
# CINEMATIQUE DU SOLIDE - APPROCHE GRAPHIQUE

## A. Introduction des différents outils géométriques

Situation géométrique	Données d'entrée	Objectifs	Schématisation graphique
<b>Mouvement de translation</b>	La vitesse du point A appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{A \in S/R}$	La vitesse du point M appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{M \in S/R}$	
<b>Mouvement de rotation</b>	La vitesse du point A appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{A \in S/R}$ ou La fréquence de rotation du solide (S) autour d'un axe fixe et distance : $\omega_{S/R}$ et $OA$	La vitesse du point M appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{M \in S/R}$	
<b>Equiprojectivité</b>	La vitesse du point A appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{A \in S/R}$ et La direction de la vitesse du point M appartenant au solide (S) : $\Delta \vec{V}_{M \in S/R}$	La vitesse du point M appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{M \in S/R}$	
<b>CIR</b>	La direction de deux vecteurs vitesse appartenant au solide (S) : $\Delta \vec{V}_{A \in S_2/S_1}$ et $\Delta \vec{V}_{B \in S_2/S_1}$	Le <b>CIR</b> $I_{S_2/S_1}$ , puis vous utilisez les propriétés d'un mouvement de rotation pour trouver les vitesses (connaître une des deux vitesses en amont).	
<b>Composition des vitesses</b>	La vitesse d'un point quelconque appartenant au solide (S) : $\vec{V}_{A \in 2/0}$ et La direction de deux vecteurs vitesse : $\Delta \vec{V}_{A \in 2/1}$ et $\Delta \vec{V}_{A \in 1/0}$	Les deux vecteurs vitesse : $\vec{V}_{A \in 2/1}$ et $\vec{V}_{A \in 1/0}$	

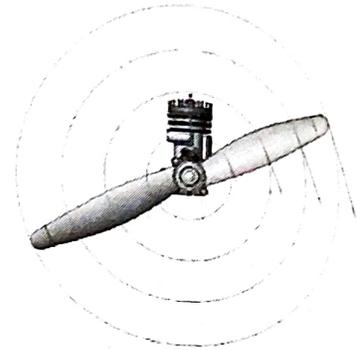
## B. Mouvement de translation

Dans un mouvement de translation, tous les points du solide indéformable ont la même vitesse et la même direction.



## C. Mouvement de rotation

Dans un mouvement de rotation autour d'un axe fixe, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire, or la trajectoire d'un point d'un solide en rotation est un cercle, ce qui veut dire que le vecteur vitesse est perpendiculaire au rayon. Plus le point étudié est éloigné du centre de rotation (CIR), plus sa vitesse instantanée  $v$  est grande et ceci de façon proportionnelle.



## D. Composition des vitesses

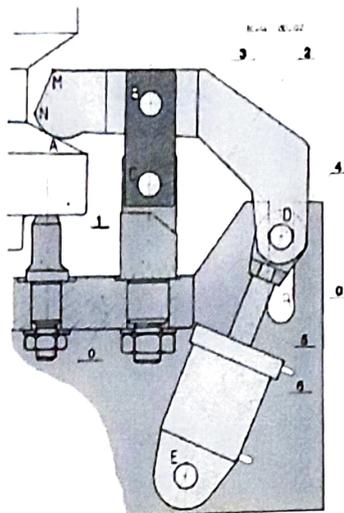
En cinématique, il est possible d'écrire une relation vectorielle en un point entre plusieurs vitesses.

Il faut pour cela que toutes les vitesses soient appliquées au même point.

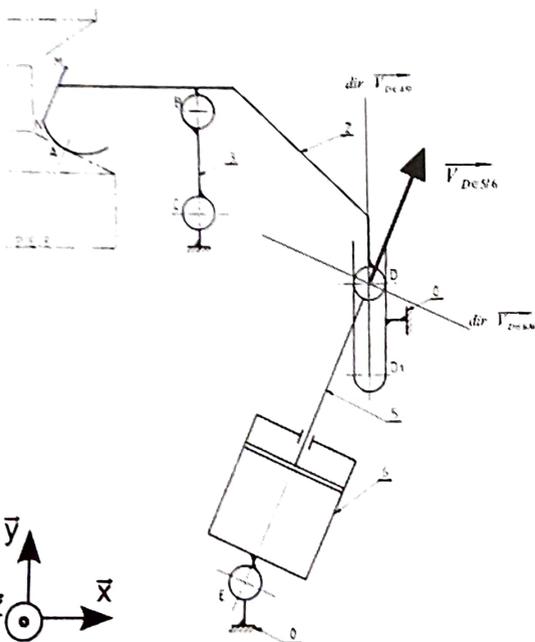
La relation vectorielle doit correspondre à une relation de Chasles.

### Remarques :

- on peut utiliser autant de vitesses que l'on souhaite.
- un vecteur vitesse n'appartient pas forcément physiquement au solide considéré.



### Exemple : Bride à serrage rapide



Une étude préalable a permis :

- De tracer  $\overrightarrow{V_{DE5/6}}$  ainsi que les directions de  $\overrightarrow{V_{DE6/0}}$  et  $\overrightarrow{V_{DE4/0}}$
- De déterminer  $\overrightarrow{V_{DE4/2}} = \overrightarrow{V_{DE4/5}} = 0$

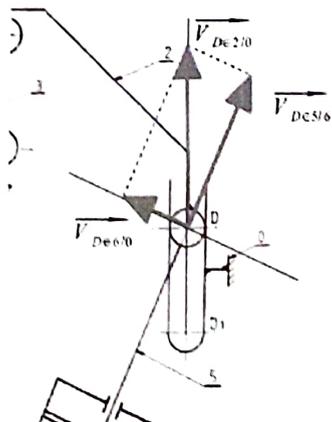
Au point D, on peut écrire :

$$\overrightarrow{V_{DE2/0}} = \overrightarrow{V_{DE2/4}} + \overrightarrow{V_{DE4/5}} + \overrightarrow{V_{DE5/6}} + \overrightarrow{V_{DE6/0}}$$

Cette relation est appelée **composition des vecteurs vitesses**.

Au final :

$$\overrightarrow{V_{DE2/0}} = \overrightarrow{V_{DE5/6}} + \overrightarrow{V_{DE6/0}}$$

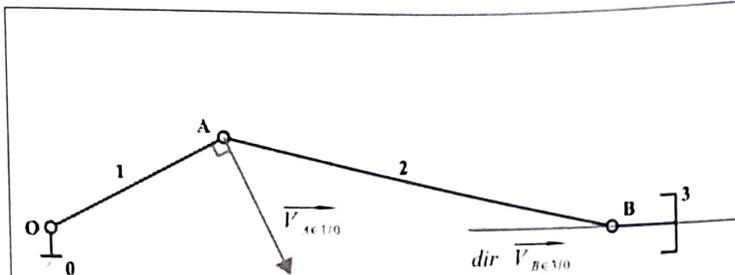


### Interprétation graphique et tracé :

Connaissant les directions des vecteurs manquant, on procède par projections orthogonales pour trouver les inconnues.

## E. Equiprojectivité

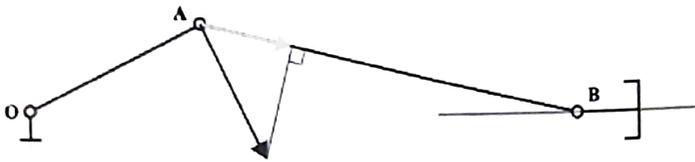
Remarque : l'étude préalable des mouvements et des vitesses n'est pas détaillée



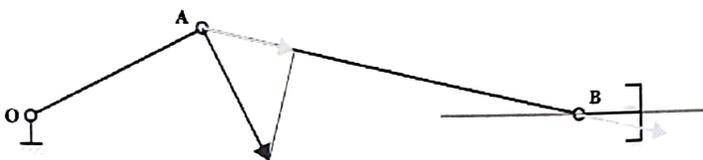
On trace le vecteur vitesse du point  $A_{\in 1/0}$  puis la direction du vecteur vitesse  $B_{\in 3/0}$ .

Par une relation de composition des vitesses, on en déduit que :

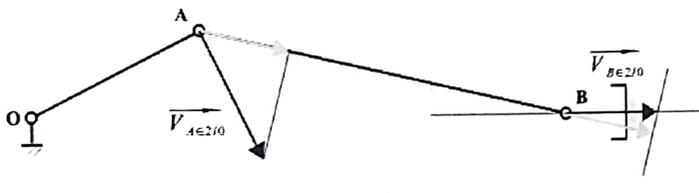
$$\begin{aligned} \vec{V}_{A \in 2/0} &= \vec{V}_{A \in 2/1} + \vec{V}_{A \in 1/0} \\ \vec{V}_{B \in 3/0} &= \vec{V}_{B \in 3/2} + \vec{V}_{B \in 2/0} \\ \text{avec } \vec{V}_{A \in 2/1} &= \vec{V}_{B \in 3/2} = 0 \end{aligned}$$



On projète le vecteur vitesse du point  $A_{\in 1/0}$  perpendiculairement sur (AB).



On reporte la projection obtenue en A au point B.



On trace la perpendiculaire à (AB) issue de l'extrémité de la projection en B qui coupe la direction du vecteur vitesse de  $B_{\in 2/0}$ .

On obtient alors le vecteur vitesse du point  $B_{\in 2/0}$ .

### Avantage :

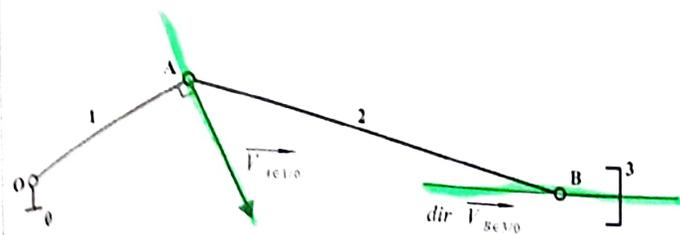
- La construction est simple et ne demande pas beaucoup de place pour le tracé.

### Inconvénient :

- Il faut refaire une nouvelle construction graphique complète pour chaque point du solide étudié (sauf si le tracé est réalisé en mode Bloc sur SW).

## F. Centre Instantané de Rotation - CIR

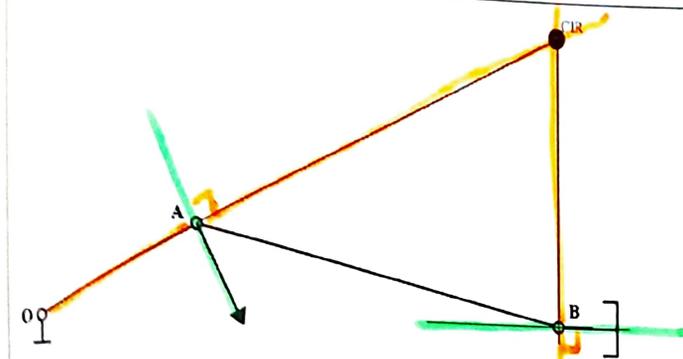
Remarque : l'étude préalable des mouvements et des vitesses n'est pas détaillée



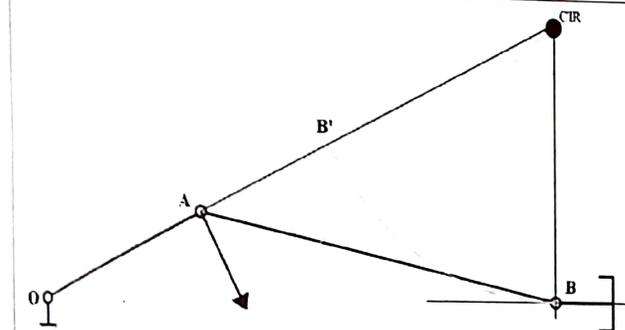
On trace le vecteur vitesse du point  $A_{E1/0}$  puis la direction du vecteur vitesse  $B_{E3/0}$ .

Par une relation de composition des vitesses, on en déduit que :

$$\begin{aligned} \vec{V}_{AE2/0} &= \vec{V}_{AE2/1} + \vec{V}_{AE1/0} \\ \vec{V}_{BE3/0} &= \vec{V}_{BE3/2} + \vec{V}_{BE2/0} \\ \text{avec } \vec{V}_{AE2/1} &= \vec{V}_{BE3/2} = 0 \end{aligned}$$

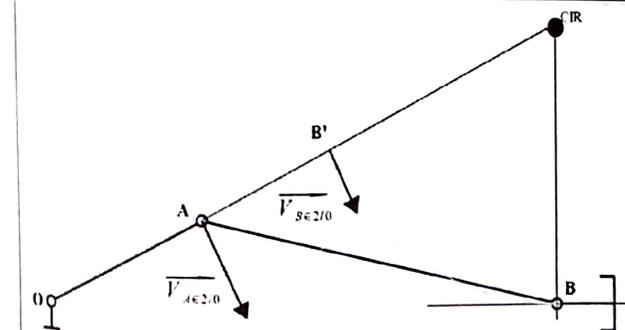


Le CIR de la pièce 2 dans son mouvement par rapport à 0 est l'intersection de la perpendiculaire à la direction du vecteur vitesse de  $A_{E2/0}$  et la perpendiculaire à la direction du vecteur vitesse de  $B_{E2/0}$ .



On reporte au point compas le point B en un point  $B'$  sur  $(A, CIR)$ .

On trace la droite de proportionnalité (idem au mouvement de rotation) qui passe par le CIR et l'extrémité du vecteur vitesse connu.



En  $B'$ , on trace une perpendiculaire à  $(A, CIR)$  jusqu'à la droite de proportionnalité.

On obtient alors la norme du vecteur vitesse du point  $B_{E2/0}$ .

Remarque : il faudra replacer le vecteur vitesse au point B.

### Avantage :

- Une seule construction du CIR permet de déterminer la vitesse de tous les points d'un solide.

### Inconvénient :

- La construction n'est pas toujours possible, car le CIR peut se trouver « hors » de la feuille (sauf si le tracé est réalisé en mode Bloc sur SW).