BUT–1, R 2.02 | *IUT d'Angers-Cholet*, A.U : 2021-2022

TD n° 6 de DDS

Exercice 1

Une plaque trouée de largeur $h = 80$ mm et d'épaisseur $e = 16$ mm est soumise à une sollicitation uniaxiale P = 90 kN à ses extrémités. Le diamètre du trou vaut $d = 20$ mm. La limite élastique du matériau constituant la plaque est égale à 200 MPa.

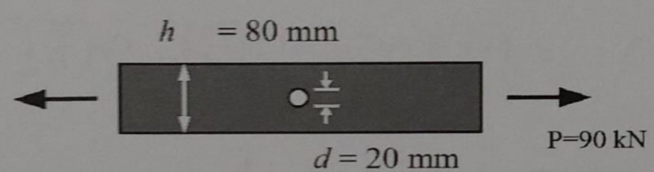


FIGURE 1.1 – Plaque trouée.

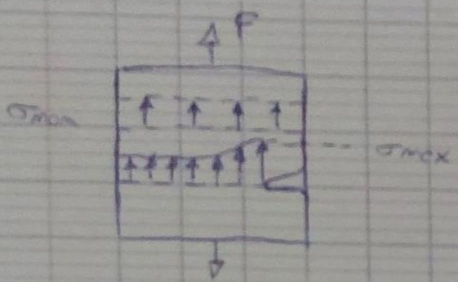
1. En utilisant l'abaque donné sur la figure 1.2, déterminer le facteur de concentration de contraintes K_t.
2. Calculer la contrainte nominale, en déduire la contrainte maximale.
3. Vérifier si le matériau a subi une plastification.
4. Déterminer la valeur maximale de P en prenant un coefficient de sécurité égal à 2.

Exercice 2

La figure ci-contre représente un arbre plein avec épaulement de diamètres $D = 60$ mm et $d = 40$ mm, soumis à un effort axial $P = 90$ kN. Le rayon de raccordement r est égal à 15 mm. L'arbre de longueur $L = 1$ m est constitué d'un matériau de limite élastique $\sigma_e = 220$ MPa. Le facteur de concentration de contraintes est

TD 6

Concentration de contraintes



$\sigma_{nom} = \dfrac{F}{S}$

$K_T = \dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$

$\sigma_{max} = K_T \times \sigma_{nom}$

Exercice 1 :

1- $\dfrac{d}{h} = \dfrac{20}{80} = 0,25 \rightarrow K_T = 2,37$

2- $\sigma_{nom} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{90 \cdot 10^3}{(80-20) \times 16} = 93,75 \text{ MPa}$

$\sigma_{max} = K_T \times \sigma_{nom} = 2,37 \times 93,75 = 222,19 \text{ MPa}$

3- Plastification de la matière puisque $\sigma_{max} > \sigma_e = 200 \text{ MPa}$

4- $\sigma_{max} = K_t \times \dfrac{P}{S} \leq \dfrac{\sigma_e}{2}$

$P \leq \dfrac{\sigma_e \times S}{2 \times K_t}$

$\leq \dfrac{200 \times (80-20) \times 16}{2 \times 2,37}$

$\leq 40,5 \text{ kN}$

$0,1 \leq h/r \leq 2$	
C_1	$0,926 + 1,157\sqrt{h/r} - 0,099h/r$
C_2	$0,012 - 3,036\sqrt{h/r} + 0,961h/r$
C_3	$-0,302 + 3,977\sqrt{h/r} - 1,744h/r$
C_4	$0,365 - 2,098\sqrt{h/r} + 0,878h/r$

TABLE 1.1 – Équations des coefficients du facteur de concentration de contraintes K_t.

Exercice 3

La figure ci-contre représente un tube creux de diamètres extérieur $D = 80$ mm et intérieur $d = 55$ mm, soumis à un effort axial $P = 90$ kN. Un trou de rayon $r = 15$ mm traverse le tube comme le montre la Figure ci-contre. Ce tube de longueur $L = 1$ m est constitué d'un matériau de limite élastique $\sigma_e = 220$ MPa. Le facteur de concentration de contraintes est donné par l'équation suivante :

$$K_t = C_1 + C_2\frac{2r}{D} + C_3\left(\frac{2r}{D}\right)^2$$

Kt = 4,36

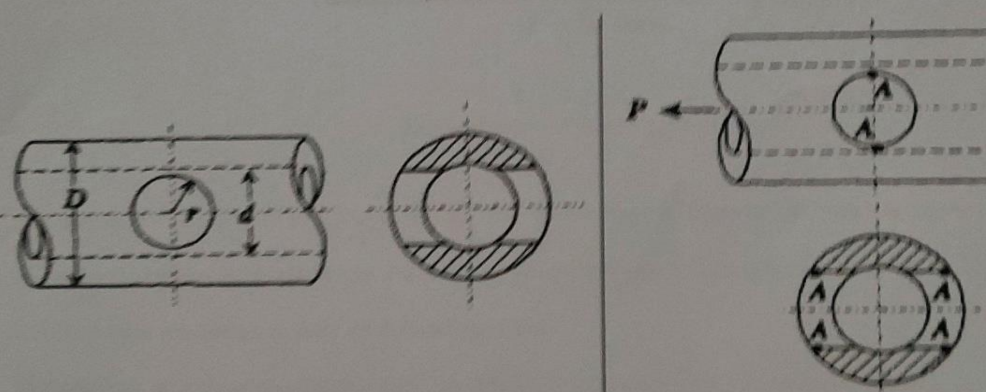


FIGURE 1.4 – Un tube creux avec un perçage transversal.

1. En utilisant le tableau 1.2, déterminer le facteur de concentration de contraintes.
2. Déterminer la contrainte maximale.
3. Vérifier si l'on est toujours dans le domaine élastique.
4. A partir de quelle valeur de P, la plastification du tube débutera.
5. Déterminer la contrainte maximale pour un tube creux de volume $V = 700\pi$ cm^3 (avant perçage)

Exercice 3 :

$D = 80 \qquad d = 55$

1- $K_T = C_1 + C_2 \dfrac{2h}{D} + C_3 \left(\dfrac{2h}{D}\right)^2$

FAUX

$K_T = 4,36$

$$\begin{cases} C_1 = 3 \\ C_2 = 0,427 - 6,790 \times (55/80) + 22,698 \times (55/80)^2 - 16,67 \times (55/80)^3 = \overbrace{11,9179}^{1,08} \\ C_3 = -11,357 + 15,665 \times (50/80) - 60,979 \times (55/80)^2 + 41,501 \times (55/80)^3 = \underbrace{5,8349}_{6,81} \end{cases}$$

$K_T = 3 + 11,9179 \times \dfrac{(2 \times 15)}{80} + 5,8349 \times \dfrac{(2 \times 15)^2}{80} = 79,1118$

2- $K_T = \dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \rightarrow \sigma_{max} = K_t \times \sigma_{nom}$

$\sigma_{nom} = k_t \dfrac{P}{S} = 4,36 \times \dfrac{90 \cdot 10^3 \times 4}{\pi (D^2 - d^2)} = \dfrac{4,36 \times 90 \cdot 10^3 \times 4}{\pi (80^2 - 55^2)} = 148,93 \text{ MPa}$

3- On reste dans le domaine élastique $\quad \sigma_{max} < \sigma_e = 220 \text{ MPa}$

4- $P = 193,6 \text{ kN}$

5- $V = 900 \pi \text{ cm}^3$

$V = L \times S = 2 \times \dfrac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = 700 \times \pi \times 10^3$

$= \cancel{10^3} \times \dfrac{\cancel{\pi}}{4} (80^2 - 55^2) = 700 \times \cancel{\pi} \times \cancel{10^3}$

$\dfrac{d}{D} = 0,75 \rightarrow \dfrac{D^2}{4} (1 - 0,75^2) = 700$

$D = \sqrt{\dfrac{700 \times 4}{1 - 0,75^2}} = 80 \text{ mm}$

$d = 0,75 \times D = 60 \text{ mm}$

GMP-1, M1102	*IUT d'Angers-Cholet*, A.U : 2019–2020

Devoir de Dimensionnement des Structures

Documents non autorisés — ***Durée : 2 heures***

Exercice 1 [7 pts]

On étudie une poutre composée d'un matériau M de section carrée et de longueur 200 mm.

On donne les caractéristiques mécaniques et géométriques suivantes :

× Module de Young : $E = 10$ GPa

× Coefficient de Poisson : $\nu = 0.5$

× Limite élastique : $\sigma_e = 3$ MPa

× Côté du carré de la poutre : a =20 mm

On applique une force de traction $F = 300$ N à une extrémité de la poutre.

1. Déterminer la contrainte normale encaissée par la poutre.
2. Quelle est la sécurité vis-à-vis de la limite élastique ?
3. Déterminer l'allongement longitudinal et la variation de côté.
4. Estimer le volume avant et après déformation.
5. Que vaut le pourcentage de variation du volume ? Quel nom donne-t-on à ce type de matériau particulier ?

Exercice 2 [7 pts]

À un chargement réalisé sur une poutre reposant sur deux appuis simples, correspondent les équations du moment fléchissant données ci-dessous. Les efforts internes normaux à la section sont nuls. On associe à la poutre le repère (O, x, y) (la fibre neutre est portée par l'axe des x).

Ancien devoir DDS

Exercice 1 :

① $\sigma_{nom} = \frac{F}{S} = \frac{300}{20^2} = 0,95 \text{ MPa}$

② $\frac{3}{0,95} = 4$

③ $\sigma = E \times \varepsilon \Rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{0,95}{10.10^3} = 9,5 \times 10^{-5}$

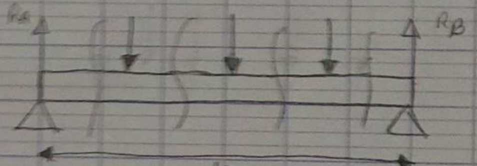
$\nu = -\frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} \Leftrightarrow \varepsilon_d = -\nu \times \varepsilon = -0,5 \times 9,5.10^{-5} = -4,75 \times 10^{-5}$

4) $V_{initial} = 20^2 \times 200 = 80\,000 \text{ mm}^2$

$V_{final} = (20 - 4,75.10^{-5})^2 \times (200 + 9,5.10^{-5}) = 79\,999,93 \text{ mm}^3$

5) $V_i - V_f = 0,07 \text{ mm}^3 \Rightarrow \frac{\Delta V}{V_i} = \frac{0,07}{80\,000} \simeq 0$

Elastomère = caoutchouc



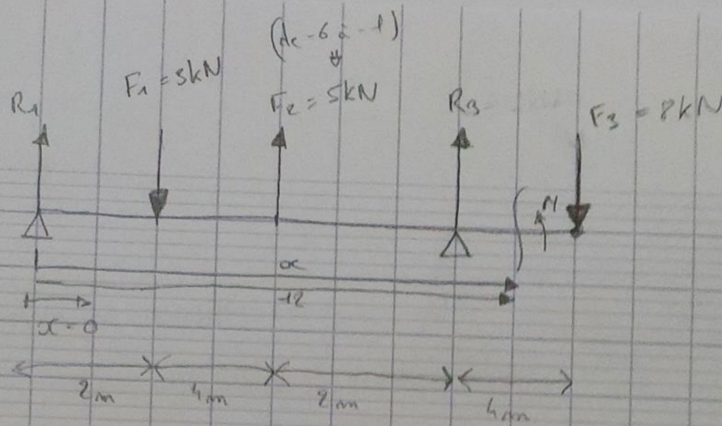
Exercice 2 :

$$Mf_z(x) = \begin{cases} -3x & 0 \leq x \leq 2 \\ -6x + 6 & 0 \leq x \leq 6 \\ -x - 24 & 6 \leq x \leq 8 \\ 8x - 96 & 8 \leq x \leq 12 \end{cases}$$

① $T_y(x) = \frac{d\,Mf_z(x)}{dx} \begin{cases} -3 \text{ kN} \\ -6 \text{ kN} \\ -1 \text{ kN} \\ 8 \text{ kN} \end{cases}$

② $\frac{d\,Mf_z(x)}{dx} = T = 0$ $\qquad x = 8 \text{ m}$

3



$-T + R_1 = 0$

$R_1 = -3\ kN$

$8 \leqslant x \leqslant 12$

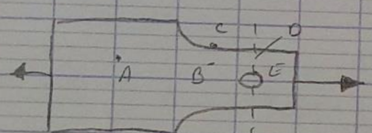
$-T + R_3 + 3 - 3 + R_1 = 0 \Rightarrow R_3 = -2 + 3 + 8 = 9\ kN$

$R_1 + R_3 - 3 + 5 - F_3 = 0$

$F_3 = R_1 + R_3 + 2 = 8kN$

Exercice 3 :

1



$F = 10\ 000$

$e = 10\ mm$

$\sigma_A = \dfrac{F}{S} = \dfrac{10\ 000}{60 \times 10} = 16,7\ MPa$

SN = simulation numérique

$\sigma^{SN} = 15,47\ MPa$

σ^{ANA} = analogique ?

$\%\ Erreur = \dfrac{|\sigma^{Ana} - \sigma^{SN}|}{\sigma^{Ana}} = \dfrac{16,7 - 15,47}{16,7} = 7,4\ \%$

$\sigma_B^{ANA} = \dfrac{F}{S} = \dfrac{10\ 000}{40 \times 10} = 25\ MPa$

$\left.\begin{array}{l} \sigma_C = \dfrac{H}{V} = \dfrac{60}{40} = 1,5 \\ \dfrac{V}{h} = \dfrac{10}{40} = 0,25 \end{array}\right\} Kt = 1,6$

$\sigma_C^{ANA} = Kt\ \sigma_{nom} = Kt\ \sigma_B$
$= 1,6 \times 25 = 40MPa$

$\sigma_C^{SN} = 43,77\ MPa$

$\%\ Erreur = \dfrac{|40 - 43,77|}{40} = 9,4\ \%$

R 2.02 : Dimensionnement des structures DDS **A.U : 2021-2022**

Concentration de contraintes

Lorsque la section d'une pièce mécanique soumise à une sollicitation ne présente pas d'entaille, la distribution de contraintes est régulière ou uniforme alors que la présence d'entaille provoque un déséquilibre dans la distribution des contraintes engendrant une concentration de celles-ci au niveau de l'entaille. La Figure 1.1 présente une pièce soumise à une traction simple, la distribution des contraintes est uniforme à chaque section mais au fond de l'entaille on observe une hausse de contrainte atteignant la valeur σ_{max}. Le rapport $K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$ est appelé coefficient théorique de concentration de contraintes. Pour déterminer K_t on utilise des abaques.

Les Figures 1.2-1.4 donnent des abaques pour trois sollicitations différentes (flexion, traction-compression et torsion).

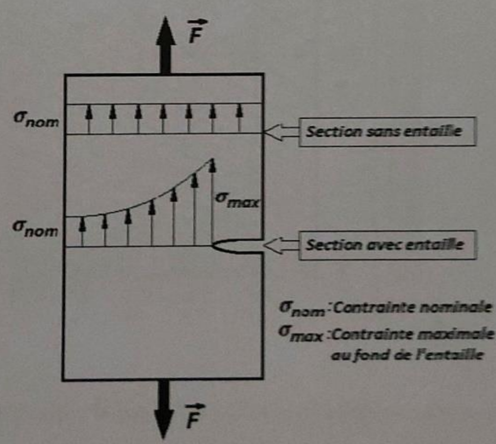


FIGURE 1.1 – Effet d'entaille.

$\frac{d}{w} = 0,2 \rightarrow d = 0,2 \times 40 = 8$

$Kt = 2,55 \qquad \sigma_{nom} = \frac{F}{S} = \frac{2000}{(40-8)\times 2} = 31,25$ MPa

$\sigma_{max} = 2,55 \times 31,25 = 79,6875$

$d = 0,4 \times 40 = 16$

$Kt = 2,25 \qquad \sigma_{nom} = \frac{F}{S} = \frac{2000}{(40-16)\times 2} = 41,67$ MPa

$\sigma_{max} = 2,25 \times 41,67 = 93,75$ MPa

$d = 0,6 \times 40 = 24$

$Kt = 2,1 \qquad \sigma = \frac{F}{S} = \frac{2000}{(\underset{w}{40}-\underset{d}{24})\times \underset{e}{2}} = 62,5$ MPa

$\sigma_{max} = 2,1 \times 62,5 = 131,25$

$$\left(\frac{\text{Valeur max} - \text{Valeur min}}{\text{Valeur max}}\right) \times 100$$

$\frac{d}{w} = 0,833 = Kt = 1,975$

$\sigma_{nom} = \frac{2000}{(60-50)\times 2}$

$\frac{R}{d} = 0,1 \rightarrow R = 0,1 \times 50 = 5$ mm

$0,15 \times 50 = 7,5$ mm

$0,25 \times 50 = 12,5$ mm

$\sigma_{max} = \frac{2000}{50\times 2} \times 2,55$

$Kt = 2,55 \rightarrow 2,18 \rightarrow 1,86$

$\sigma_{nom} = 20$

$\sigma_{max} = 2,55 \times 20$

$2,18 \times 20 = 43,6$

$1,86 \times 20 = 37,2$

BUT–1, R 2.02	*IUT d'Angers-Cholet*, A.U : 2021–2022

TD n° 7 de DDS

Exercice 1

Une plaque d'épaisseur $e = 10$ mm avec un trou transversal et des épaulements est soumise à un effort de traction **P** produisant un allongement total de 0,2 mm (voir la Figure ci-contre). La plaque est en acier de module de Young $E = 200$ GPa et de limite d'élasticité $\sigma_e = 210$ MPa. Les facteurs de concentration de contraintes pour chaque morceau sont donnés sur la Figure ci-contre.

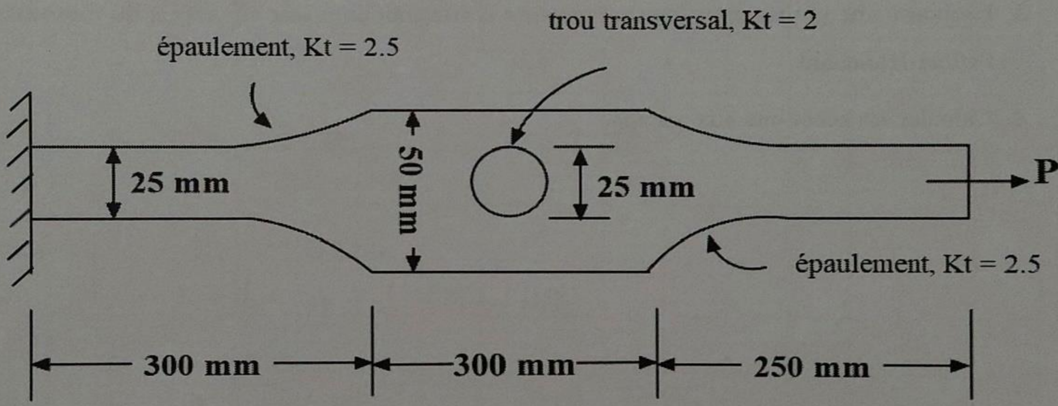


FIGURE 1.1 – Plaque avec un trou transversal et des épaulements.

1. Déterminer la valeur de l'effort **P** appliqué sur la plaque.
2. Déterminer la contrainte nominale.
3. En déduire la contrainte maximale.
4. Vérifier si le matériau a subi une plastification.

TD n°7

Exercice 1

1) $\sigma = \frac{P}{S} = E \times \varepsilon = E \times \frac{\Delta l}{L}$ avec $h\infty$

$\Delta L = \frac{L}{S \times E} \times P = 0{,}2 \text{ mm}$

$\Delta L = \frac{P}{E}\left[\frac{L_1}{S_1} + \frac{L_2}{S_2 - D} + \frac{L_3}{S_3}\right] = 0{,}2$

$\Delta L = \frac{P}{200\,10^3}\left[\frac{300}{25 \times 10} + \frac{300}{(50 \times 10)} + \frac{250}{25 \times 10}\right] = 0{,}2$

$\Delta L = \frac{P}{200.10^3} \times 2{,}8 = 0{,}2$

$P = \frac{0{,}2 \times 200.10^3}{2{,}8} = 14\,283 \text{ N} \approx 14{,}3 \text{ kN}$

2) $\sigma_{nom} = \frac{P}{S} = \frac{14\,300}{(50-25) \times 10} = 57{,}2 \text{ MPa}$

3) $\sigma_{max} = k_t \times \sigma_{nom}$
$= 2{,}5 \times 57{,}2 = 143 \text{ MPa}$

4) Pas de plastification $\sigma_{max} < \sigma_e = 210 \text{ MPa}$

Exercice 2 :

$\frac{dM}{dx} = T \qquad \frac{dT}{dx} = w = -20$

$T = T_y$

$M = M_z$