ACTIVITE 3 : Manège d'ascension

L'exercice porte sur une attraction de fête foraine.

L'objectif est de modéliser le mécanisme et de déterminer les paramètres cinématiques en s'aidant des données spécifiques.

Mise en situation :

L'attraction ci-contre est basée sur la tension de câble permettant de créer une accélération aux deux passagers qui sont embarqués dans la boule.

La boule est immobilisée au sol par un crochet. Celui-ci permet d'immobiliser la boule lors de la tension des câbles. Ces câbles sont fixés à l'extrémité de deux pylônes.

Lorsque l'on libère le crochet, la boule est propulsée dans les airs.

Les passagers sont soumis à une accélération grâce à l'énergie libérée par les deux câbles.

Hypothèses :

- On considère, pour cet exercice, que la boule se trouve dans le cas d'un mouvement de translation.
- Les deux pylônes sont considérés parallèles et mesures **19 mètres** de hauteur. Ils sont espacés de **12 mètres**.
- Lorsque la boule se trouve sur le crochet, celle-ci est au milieu des deux pylônes. On considère que son centre de gravité est aligné avec le sol.
- La longueur à vide (au repos) d'un câble est de 16 mètres. **L_0 = 16 m**.
- On prendra pour action de pesanteur, **g = 10 m/s²**.

Schéma de principe :

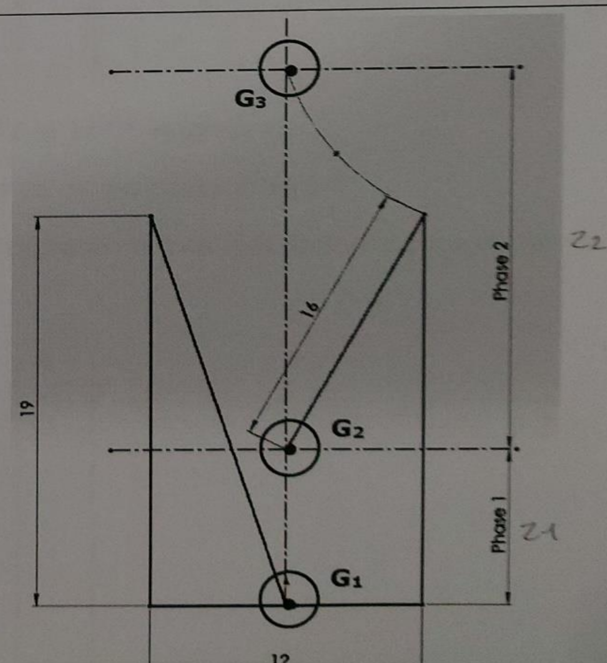
La partie gauche modélise la boule avec le câble tendu (position G_1).

La partie droite modélise la boule avec le câble au repos (position G_2).

G_1 : position du centre de gravité de la boule au départ.

G_2 : position du centre de gravité de la boule à la fin de la phase 1.

G_3 : position du centre de gravité de la boule à la fin de la phase 2.



Entrons un peu dans les détails :

On considère, lors du fonctionnement qu'il y a 2 phases :

- ***Phase 1 :*** Accélération générée par la libération d'énergie des câbles. Cette accélération dure jusqu'au moment où les câbles retrouvent leur longueur à vide (L_0). Sur cette phase, les passagers subissent l'accélération équivalente à **6g**.
- ***Phase 2 :*** Décélération générée par la gravité. Cette décélération dure jusqu'à ce que la boule atteigne une vitesse nulle, donc une hauteur maxi.

1. En vous aidant du schéma de principe, déterminer la distance (z_1) de la phase 1.

2. En vous aidant des informations à votre disposition, compléter en ROUGE le tableau ci-dessous.

	Phase 1	Phase 2
Temps de la phase	$t_1 =$ 0,37 s	$t_2 =$ 2,22 s
Distance de la phase	$z_1 =$ 4,17 m	$z_2 =$ 24,642 m
Distance totale	$z = z_1 + z_2 =$ 28,812	
Vitesse en fin de phase	$v_1 =$ 22,2 m/s	$v_2 =$ 0 m/s
Accél./Deccél. sur la phase	$a_1 =$ 60 m/s²	$a_2 =$ -g = -10 m/s²

3. Lors de la phase 1, calculer le temps de cette phase ainsi que la vitesse en fin de phase en vous servant des équations de mouvement.
Compléter en BLEU le tableau de la question 2.

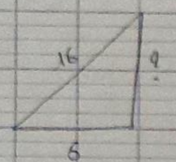
4. Lors de la phase 2, calculer le temps de cette phase ainsi que la distance parcourue en vous servant des équations de mouvement.
Compléter en VERT le tableau de la question 2.

5. Refaire les questions 3 et 4 en utilisant une démarche basée sur une exploitation des graphiques (déplacement, vitesse et accélération).

6. Lorsque la boule se trouve en G_3, vérifier que les câbles ne sont pas en tension.

Activité 9

1. $a = 6g = 6 \times 10 = 60$



$z_1 = 19 - (\sqrt{15^2 - 6^2}) = 19 - 13,8 = 5,2$

2. $x = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + v_0 \times t + x_0$

$4,17 = \frac{1}{2} \times 60 \times t^2 + 0 \times t + 0 \rightarrow 4,17 = \frac{1}{2} \times 60 \times t^2$

3. $t^2 = \frac{4,17}{\frac{1}{2} \times 60} = 0,139 \rightarrow t = \sqrt{0,139} = 0,37\ s$

$v = a \times t = 60 \times 0,37 = 22,2\ m/s$

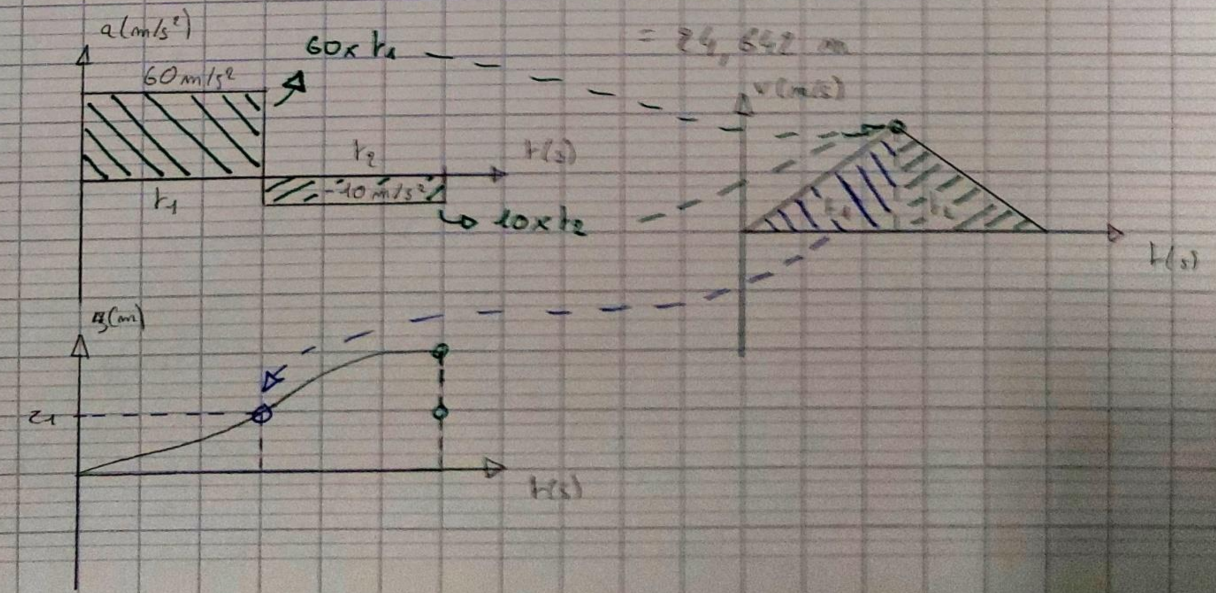
$v_0 = v_1$ 4. $v_2 = a \times t + v_0 \rightarrow 0 = (-10) \times t + 22,2 \rightarrow t = \frac{0 - 22,2}{(-10)}$

$t = 2,22\ s$

$z_2 = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + v_0 \times t + x_0 = \frac{1}{2} \times (-10) \times 2,22^2 + 22,2 \times 2,22 + 0$

$= 24,642\ m$

5.



$v_1 = 60 \times t_1$ → aire du rectangle accélération

$\frac{v_1 \times t_1}{2} = z_1$ → aire du triangle vitesse

$z_1 = \frac{60 \times t_1^2}{2}$ → $t_1 = \sqrt{\frac{2 \times z_1}{60}} = 0,39 s$

→ $v_1 = 60 \times t_1 = 60 \times 0,39 = 22,2 m/s$

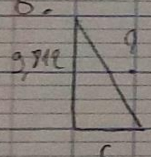
$v_2 = 10 \times t_2$ → aire du rectangel décélération

$22,2 = 10 \times t_2$ → $t_2 = \frac{22,2}{10} = 2,22$ s

$\frac{v_2 \times t_2}{2} = z_2$

$\frac{22,2 \times 2,22}{2} = 24,64 = z_2$

6.



$d = \sqrt{9,812^2 + 6^2} = 11,5 < 16$ donc on est pas rendu

ACTIVITE 4 : Dalton Terror

Cette incroyable tour de chute libre haute de 80 mètres a vu le jour en 1998.

Un temps de chute libre estimée à un peu moins de 3 secondes nous fait vraiment mettre l'estomac a la place du cerveau.

On va donc se placer dans la configuration de chute libre sans frottement.

La tour à une hauteur de **80 mètres**.

L'accélération uniforme de chute libre est donnée par l'accélération de pesanteur, soit **10 m/s²**.

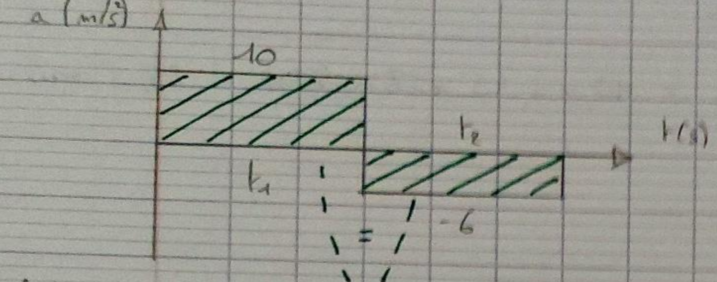
Pour des raisons de sécurité, la décélération doit être constante et avoir pour valeur **6 m/s²**.

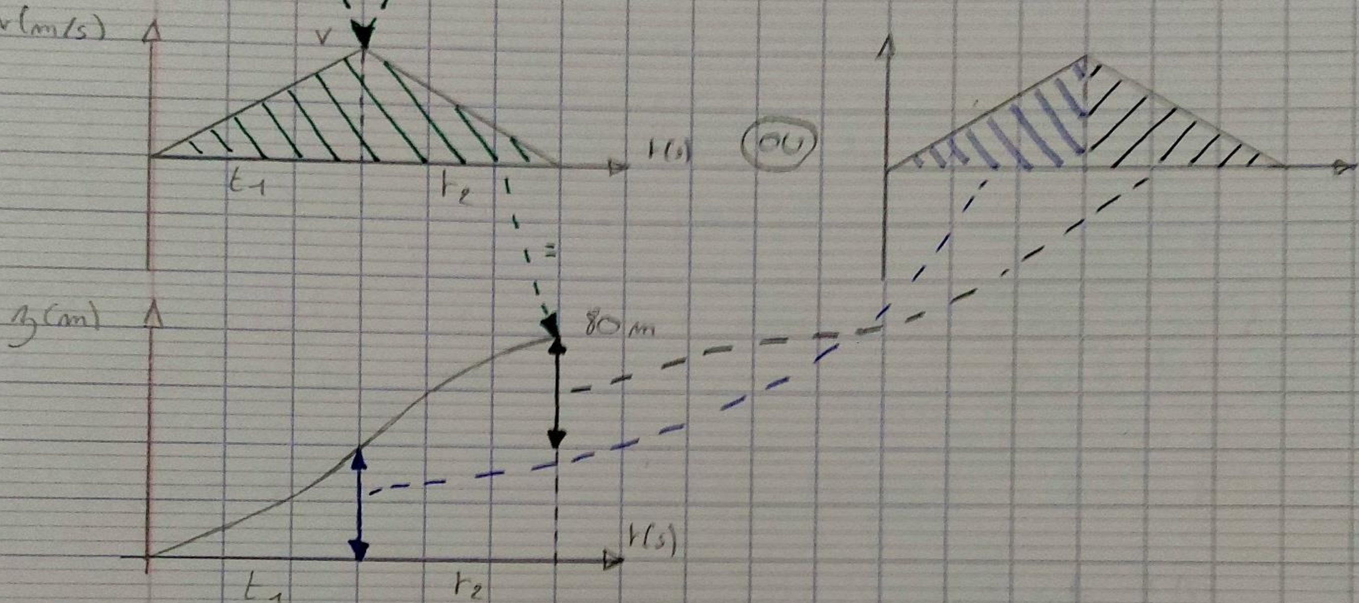
<u>Il n'y a que deux phases :</u>

- La phase 1 : chute libre
- La phase 2 : freinage jusqu'à l'arrivée

1. En vous servant de la méthode de votre choix, calculer le temps de la phase 1 (t_1), le temps de la phase 2 (t_2), la distance de la phase 1 (z_1), la distance de la phase 2 (z_2) et la vitesse maxi de l'attraction.

Activité 4 :





On sait que :

$$v = a_1 \times t_1 = a_2 \times t_2 \quad (1)$$

$$z_1 + z_2 = \frac{v \times t_1}{2} + \frac{v \times t_2}{2} = 80 \quad (2)$$

(2) $$\frac{a_1 \times t_1^2}{2} + \frac{a_2 \times t_2^2}{2} = 80$$

$$\rightarrow a_1 \times t_1^2 + a_2 \times t_2^2 = 160$$

(1) $$t_1 = \frac{a_2}{a_1} \times t_2$$

(2) $$a_1 \times \frac{a_2^2}{a_1^2} \times t_2^2 + a_2 \times t_2^2 = 160$$

$$\rightarrow \frac{a_2^2}{a_1} \times t_2^2 + a_2 \times t_2^2 = 160$$

$$\rightarrow t_2^2 \times \left(\frac{a_2^2}{a_1} + a_2\right) = 160 \longrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{160}{\frac{a_2^2}{a_1} + a_2}} = \sqrt{\frac{160}{\frac{6^2}{10} + 6}}$$

$$= 4{,}08\ s$$

(1) $t_1 = \frac{a_2}{a_1} \times t_2 = \frac{6\cancel{0}}{10} \times 4,08 = 2,45\,s$

$v = a_1 \times t_1 \overset{=}{+} a_2 \times t_2 = 10 \times 2,45 = 24,5\ m/s$

Activité 5 :

2. $v = \frac{L}{t}$

3. $x = \frac{1}{2} \times a \times t^2 + v_0 \times t + x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \times a \times t^2 = \sqrt{\frac{x}{\frac{1}{2} \times a}}$

4. $t = \sqrt{\frac{2}{\frac{1}{2} \times 10}} = 0,632\ s \Rightarrow v = \frac{8}{0,632} = 12,658\ m/s$

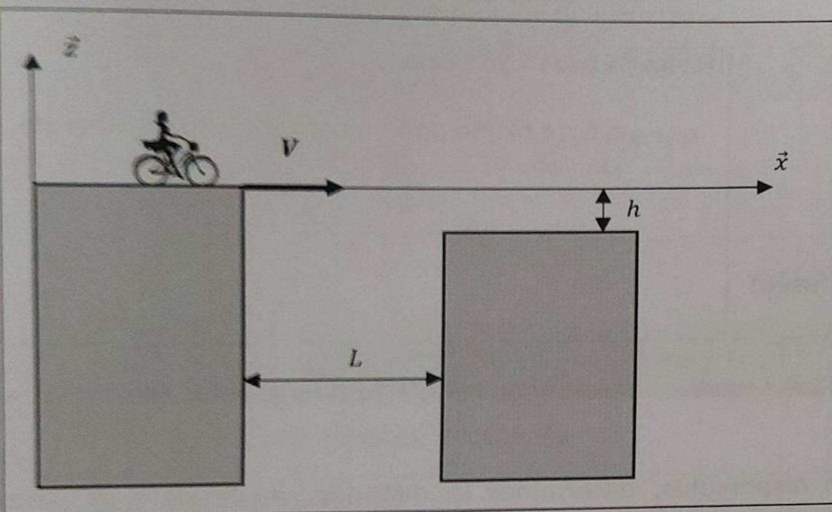
45,56 km/h

5. $L = v \times t = 75 \times 0,632 = 20,83 \times 0,632 = 13,16\ m$

ACTIVITE 5 – Saut en VTT

On va s'intéresser sur cette partie aux limites du corps humain lors d'un saut d'un module à un autre en vélo. Ne pas faire cette expérience bien évidemment.

On considère que la personne arrive à une vitesse maximale et qu'elle saute sans impulsion.



Données :

- Vitesse lors du saut : V = ?
- Dénivelé : h = 2 mètres
- Gravité : $g = 10\ m/s^2$
- Longueur entre les modules : L = 8 mètres

Hypothèse importante :

- Les frottements de l'air sont négligés.

1. Déterminer le type de mouvement sur l'axe $\vec{x}$ et $\vec{z}$

	Mvt Rectiligne Uniforme	Mvt Rectiligne Uniformément varié
Axe $\vec{x}$	☑	☐
Axe $\vec{z}$	☐	☑

2. Ecrire les équations sur l'axe $\vec{x}$ sans valeur numérique. Exprimer V en fonction de L et t.

3. Ecrire les équations sur l'axe $\vec{z}$ sans valeur numérique.
Calculer le temps t du saut en seconde (arrondir à 3 chiffres après la virgule).

4. Calculer la vitesse en km/h que doit avoir la personne en vélo afin de pouvoir sauter d'un module à l'autre.

5. Sachant qu'au tour de France, les sprinteurs peuvent atteindre des vitesses de 75 km/h, qu'elle serait la distance L envisageable dans les conditions de l'exercice.

⚠ 2 exo sur 4 sur Sa

ACTIVITE 6 : Balistique

Mortier BRANDT de 120mm – Modèle 1951

Origine : France
Emploie : Utilisé par certaines unités d'artillerie coloniale ou aéroportée pendant la période de décolonisation, en double affectation. A l'issue, certains artilleurs de marine en conserveront pour l'instruction ou en double emploi pour quelques OPEX outre-mer. Ce mortier sera remplacé par le modèle 61 à partir de 1980, dénommé alors mortier de 120 mm RTF1, qui équipe de nos jours en double emploi tous nos régiments d'artillerie sol-sol.

Principales caractéristiques :	**Hypothèse importante :**
- Longueur âme tube : 150 cm - Masse totale : 530 kg - Vitesse initiale max : 290 m/s - Flèche max : 3500 m h max - Portée : 6,7 km avec obus MLE 44 - Poids projectile MLE 44 : 13 kg (sans fusée) - Cadence pratique : 8 coups/min	- On ne prend pas en compte les frottements de l'air.

1. En vous appuyant sur les équations des vitesses, déterminer l'angle optimale pour atteindre la distance maximale.

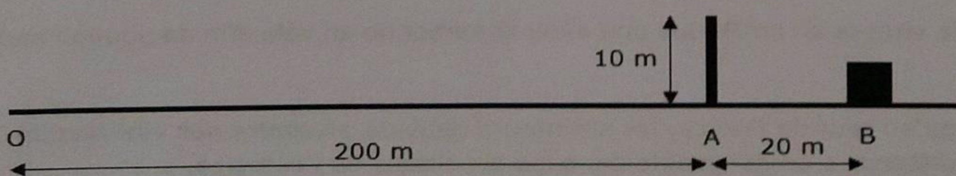
2. En vous appuyant sur les données disponibles, déterminer la distance maximale que peut parcourir l'obus dans la condition d'inclinaison optimale. Que pouvons-nous observer ?

3. Déterminer le pourcentage de perte théorique généré par les frottements de l'air.

4. S'il on souhaite réaliser un tir inférieur à la distance maximale, démontrer qu'il existe deux inclinaisons possible (une en « cloche » et l'autre « tendue »).

Pour la suite, on se placera dans un cas particulier comme ci-dessous, sans frottement de l'air avec une vitesse initiale du projectile de 100 m/s :

- Le mortier se trouve au point O.
- Un mur de 10m de hauteur est situé au point A.
- La cible est une cargaison de hauteur négligeable située au point B



5. Déterminer l'angle théorique nécessaire afin de toucher la cible pour un tir en « cloche ».

6. Lors d'un tir « tendu » dans les mêmes conditions, à quelle hauteur du mur avons-nous l'impact ?

Activité 6 :

1. sur $\vec{x}$ → Mvt uniforme → $a = 0$

$$\begin{cases} x = V \times \cos\alpha \times t \\ \dot{x} = V \times \cos\alpha \\ \ddot{x} = 0 \end{cases}$$

→ $V \times \cos\alpha \left(\dfrac{2 \times V \sin\alpha}{g}\right)$

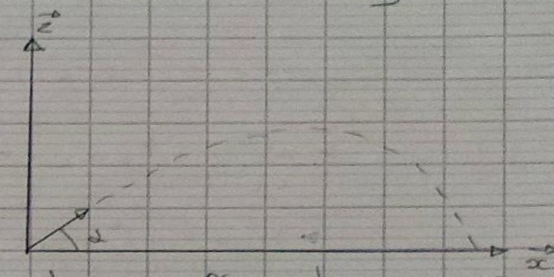
$$x = \frac{V^2 \times 2 \times \cos\alpha \times \sin\alpha}{g} = \frac{V^2}{g} \times \sin 2\alpha$$

→ $\sin \dfrac{2\alpha}{90°} = 1$ $\quad \alpha = 45°$

sur $\vec{z}$ → Mvt uniformément varié → $a = -g$

$\dot{z}_0 = V \sin\alpha$

$$\begin{cases} z = \dfrac{-g \times t^2}{2} + \dot{z}_0 \times t \\ \dot{z} = -g \times t + V \times \sin\alpha \\ \ddot{z} = -g \end{cases}$$



Fin du mvt → à l'impact → $z = 0$
$(x_{maxi}) = (z = 0)$

$$\frac{-g \times t^2}{2} + V \times \sin\alpha \times t = 0$$

$$\boxed{t = \frac{2 \times V \times \sin\alpha}{g}}$$

donc en reprenant la 1ère formule :

$$x = V \times \cos\alpha \times \frac{2 \times \sin\alpha}{g}$$

$$= \frac{V^2}{g} \times 2 \times \cos\alpha \times \sin\alpha$$

$$x = \frac{V^2}{g} \times \sin 2\alpha$$

valeur max

x_{maxi} → $\sin 2\alpha = 1$

$2\alpha = 90°$

$\boxed{\alpha = 45°}$

donc :

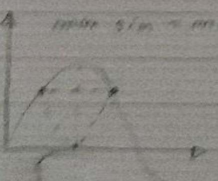
2. $t = \dfrac{2 \times 290 \times \sin 45°}{10} = 41,01$ s (temp de vol)

$x = 290 \times \cos 45 \times 41,01 = 8409,55$ m

ou

$x = \dfrac{(290)^2}{10} \times \sin 90° = 8410$ m $>$ 6900 m à cause des frottement

3. $\dfrac{6900}{8410} = 0,996$ soit 20 % de perte



4. $V = 100\ m/s$ $x = 220\ m$

$x = \frac{V^2}{g} \times \sin 2\alpha \rightarrow \sin 2\alpha = \frac{x \times g}{V^2} = \frac{220 \times 10}{100^2} = 0{,}22$

5. $\sin^{-1} 2\alpha = 0{,}22 \rightarrow 2\alpha = 12{,}7° \rightarrow \boxed{\alpha_1 = 6{,}35} \rightarrow \alpha_2 = 90 - 6{,}35° = \boxed{83{,}9°}$

tendu cloche

6. $x = V \times \cos\alpha \times t \rightarrow t = \frac{x}{V \times \cos\alpha} = \frac{200}{100 \times \cos 6{,}35} = 2{,}01\ s$

$z = \frac{-g \times t^2}{2} + V \times \sin\alpha \times t = \frac{-10 \times (2{,}01)^2}{2} + 100 \times \sin 6{,}35 \times 2{,}01$

$z = 2{,}03\ m$

ACTIVITE 1 – Grand prix du Brésil

On va travailler sur le comportement d'un véhicule lors d'un virage afin d'observer les accélérations subies par les pilotes.

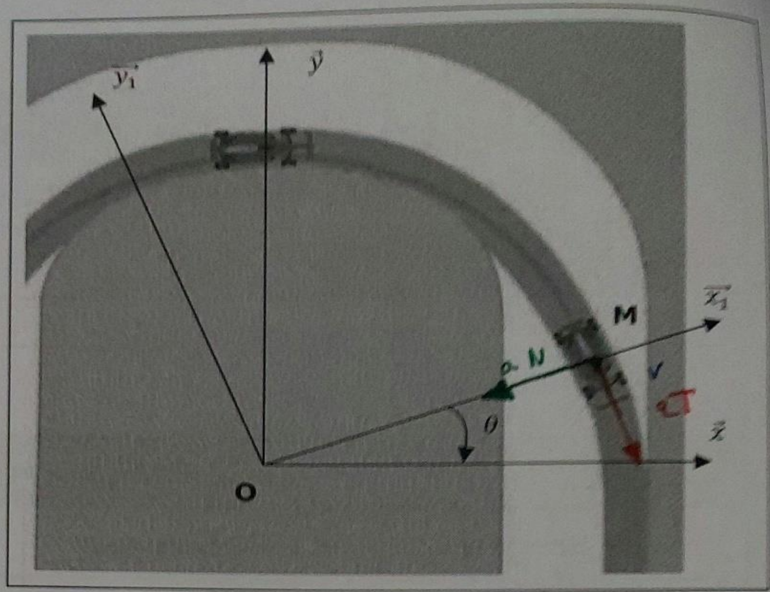
On considère un point M appartenant au véhicule (S_1).

Soit $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ le repère absolu lié au sol définissant le repère terrestre.

Soit $R_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ le repère relatif lié au véhicule.

On pose $\theta = (\overrightarrow{x_1},\vec{x})$

Soit M le centre de masse du véhicule, tel que : $\overrightarrow{OM} = r.\overrightarrow{x_1}$

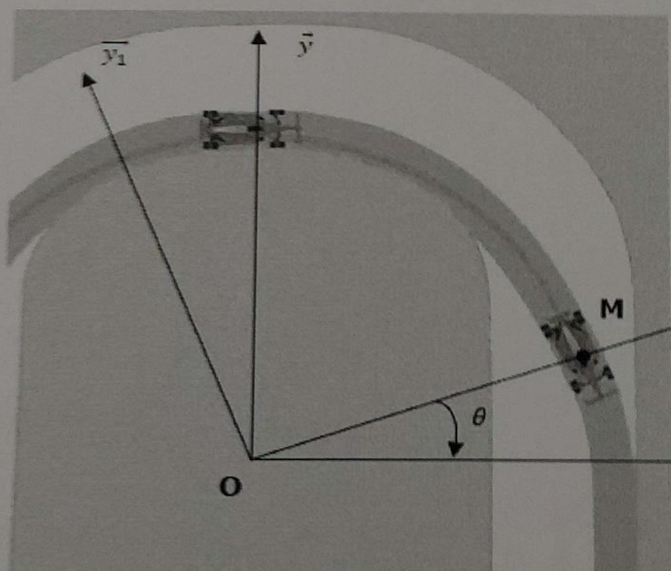


1. Exprimer le vecteur rotation : $\vec{\Omega}_{R_1/R}$.

2. Déterminer le vecteur vitesse du point M par rapport au sol en dérivant le vecteur position. On le notera $\vec{V}_{M/R}$.

3. Déterminer le vecteur accélération du point M par rapport au sol. On le notera $\vec{\Gamma}_{M/R}$.

4. Tracer les accélérations sur le schéma ci-dessous et les nommer.



TD 4

Activité 1 :

1. θ rad
$\dot{\theta}$ rad/s
$\ddot{\theta}$ rad/s²

$$\boxed{\begin{aligned}\overrightarrow{\Omega_{R1/R0}} &= -\dot{\theta} \cdot \vec{z} \\ &= -\dot{\theta} \cdot \vec{z_1}\end{aligned}}$$

$$\overrightarrow{V_{M \in R1/R}} = \overrightarrow{V_{M/R}} = \frac{d}{dt} \cdot \overrightarrow{OM} \Big|_{R0} = \frac{d}{dt} \times R \times \vec{x_1} \Big|_{R0}$$

$$= \underbrace{\frac{d}{dt} \times R \times \vec{x_1} \Big|_{R1}}_{=0} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge R \times \vec{x_1}$$

$=0$ car constante $\quad + -\dot{\theta} \vec{z_1} \wedge R \times \vec{x_1}$

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M1/R}} = -R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}}$$

$$\overrightarrow{\Gamma_{M/R}} = \frac{d}{dt} \times \overrightarrow{V_{M/R}} \Big|_R = \frac{d}{dt} \left(-R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}\right) \Big|_R$$

$$= \frac{d}{dt} \left(-R \times \theta \times \vec{y_1}\right) \Big|_{R1} + \overrightarrow{\Omega_{R1/R}} \wedge -R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}$$

on fait la dérivée

$$= -R \times \ddot{\theta} \times y_1 + (-)\dot{\theta} \times \vec{z_1} \wedge -R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}$$

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma_{M/R}} = \underbrace{-R \times \ddot{\theta} \times \vec{y_1}}_{aT} \underbrace{- R \times \dot{\theta}^2 \times \vec{x_1}}_{aN}}$$

accélération normal

ACTIVITE 2 – Anticipation

Dans un monde pas si lointain que ça, l'humanité se prépare à quitter la Terre après avoir épuisé toutes les ressources naturelles dont elle avait à disposition. Les conditions climatiques ne permettent plus aux populations de vivre convenablement. Il a donc été décidé de construire de gros cylindres de transport permettant de recréer un environnement propice au voyage intergalactique.

Le but étant de trouver une nouvelle planète afin d'y établir les communautés.

L'objectif de ces tubes est de recréer notre environnement terrestre avec un soleil et une gravité artificielle par effet de rotation.

Images de la BD Centaurus – Edition Delcourt

<u>Mise en situation :</u>

Soit $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ un repère absolu lié au bâti <u>0</u>.

Soit $R_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ un repère relatif lié au tube <u>1</u>.

Le tube <u>1</u> est en liaison pivot d'axe $(O,\overrightarrow{z_0})$ avec le bâti <u>0</u>.

On pose $\theta = (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})$.

Un point M situé dans le plan $(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1})$ représente un habitant lambda du tube. Cette habitant étant sur la surface cylindrique intérieur du tube.

On pose $\overrightarrow{OM} = r.\overrightarrow{x_1}$ (distance positive entre l'axe de rotation du tube et l'habitant).

1. Modéliser le mécanisme par une ou plusieurs vue(s) dans le plan.
   Faire le paramétrage de la figure en faisant apparaître les repères, le point M, les distances, ...

2. Déterminer l'expression du vecteur vitesse du point M par rapport au bâti en dérivant le vecteur position. On le notera $\vec{V}_{M,1/0}$.

3. Retrouver cette vitesse en appliquant le transport du vecteur vitesse $\vec{V}_{O,1/0}$.

4. Ecrire sous forme de torseur cinématique la vitesse au point M du tube $\underline{1}$ par rapport au bâti $\underline{0}$.

5. En vous servant de l'expression de la vitesse, déterminer le vecteur accélération du point M par rapport au bâti. On le notera $\vec{\Gamma}_{M\in 1/0}$.

6. Sachant que chaque tube a pour dimension une longueur de 10km et un diamètre de 2,5km (surface intérieure), déterminer quelle doit être la fréquence de rotation (en tr/min) du tube afin de recréer artificiellement la gravité terrestre (9,81 m/s²).

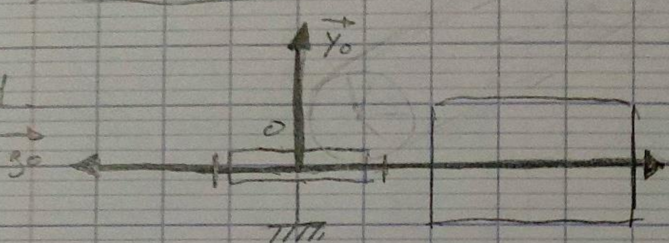
Travail informatique :

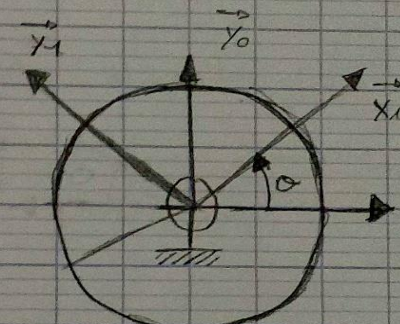
$$a_N = -R \times \dot{\theta}^2 = -R \times \frac{V^2}{R^2} = \frac{-V^2}{R}$$

$$\dot{\theta} = \omega = \frac{V}{R}$$

Activité 2 :

1.





2. $\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta} \cdot \vec{z_0}$
$= \dot{\theta} \cdot \vec{z_1}$ } (sens trigo)

$$\overrightarrow{V_{M\,1/0}} = \frac{d}{dt}\overrightarrow{OM}\Big|_{R_0} = \frac{d}{dt} \times R \times \vec{x_1}\Big|_{R_0}$$

$$= \frac{d}{dt} \times R \times \vec{x_1}\Big|_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} \wedge R \times x_1$$

$$= 0 + \dot{\theta} \times \vec{z_1} \times \wedge R \times x_1$$

(car $R = cst$)

$$\boxed{\overrightarrow{V_{M\,1/0}} = R \times \dot{\theta} \times y_1}$$

ou $\overrightarrow{V_{M\,1/0}} = \overrightarrow{V_{O\,1/0}} + \overrightarrow{MO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$

$$= 0 - R \times \vec{x_1} \wedge \dot{\theta} \times \vec{z_1} = +R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}$$

$$\begin{vmatrix} -R \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ +R \times \dot{\theta} \\ 0 \end{vmatrix}$$

4. $\{V_{1/0}\}_M = \{\vec{\Omega}_{1/0} ; \vec{V}_{M\,1/0}\}_{R_0}$

OO $\quad = {}_M\{\dot{\theta} \times \vec{z_1} ; R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1}\}_{R_1}$

OJ $\quad = {}_M\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & R \times \dot{\theta} \\ \dot{\theta} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$

5. $\vec{\Gamma}_{M\,1/0} = \dfrac{d}{dt} \vec{V}_{M\,1/0} = \dfrac{d}{dt} \times R \times \dot{\theta} \times y_1 \Big|_{R_0}$

$$= \frac{d}{dt} \times R \times \dot{\theta} \times \vec{y_1} \Big|_{R_1} + \underbrace{\vec{\Omega}_{1/0}}_{\dot{\theta} \times z_1} \wedge R \times \dot{\theta} \times y_1$$

$$\boxed{\vec{\Gamma}_{M\,1/0} = R \times \ddot{\theta} \times \vec{y_1} - R \times \dot{\theta}^2 \times \vec{x_1}}$$

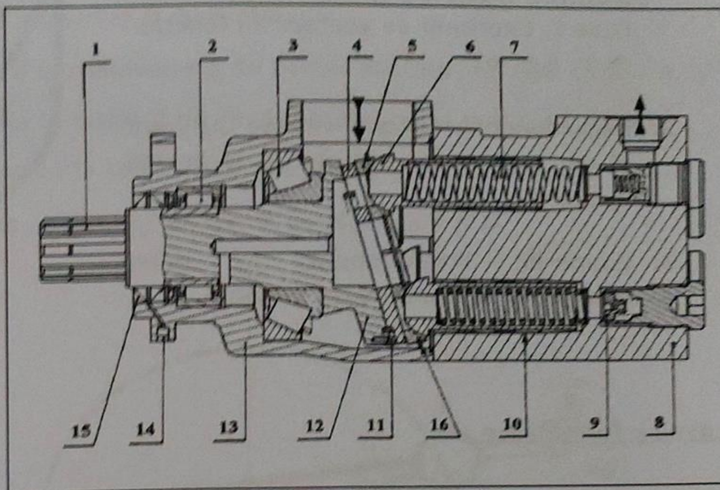
6. $a_N = -R \times \dot{\theta}^2 \rightarrow \dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{a_N}{R}}$

$\dot{\theta} = \sqrt{\dfrac{9{,}81}{1250}} = 0{,}088$ rad/s $= 0{,}85$ tr/min

$0{,}088 / \left(\dfrac{\pi}{30}\right) = \uparrow$

ACTIVITE 4 : Pompe hydraulique à piston axiaux

Le dessin ci-contre représente une pompe volumétrique haute pression (300 bars) prévue pour se fixer sur la prise de mouvement des boîtes de vitesses de camions et destinée à alimenter des récepteurs hydrauliques tels que : vérins de bennes, grues de manutention, nacelles élévatrices, étrave de chasse-neige, etc... Il s'agit d'une pompe à pistons axiaux et à barillet fixe. L'arbre 1, portant le plateau came 12, tourne et provoque le mouvement alternatif des pistons 6, rappelés par les ressorts 7. Les pistons sont au nombre de six, à 60° les uns des autres.



Deux pistons ont été placés dans le plan de coupe pour montrer les positions extrêmes de la course des pistons. Le piston du haut est représenté en fin de phase d'admission (entrée du fluide dans la chambre du piston). Le piston du bas est représenté en fin de phase de refoulement (évacuation du fluide sous pression).

L'arbre 1 porte une plaque 4 qui sert au choix du sens de rotation. Cette plaque est maintenue lors de la rotation par l'intermédiaire d'un pion 11. L'entrée du fluide se fait par un sillon fraisé dans la plaque 4 et le refoulement est obtenu par les clapets anti-retour 9. Chaque piston 6 s'appuie sur la plaque par l'intermédiaire d'un plot en bronze 5. Ces plots sont liés entre eux par une plaque de retenue 16.

Soit $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ un repère absolu lié au bâti 8 de la pompe schématisée comme l'indique la figure ci-contre.

L'arbre 1 a une liaison pivot d'axe $(O,\vec{z})$ avec le bâti 8.

Soit $R_1(O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$ un repère relatif lié à l'arbre 1.

On pose $\theta = (\vec{x_1},\vec{x})$.

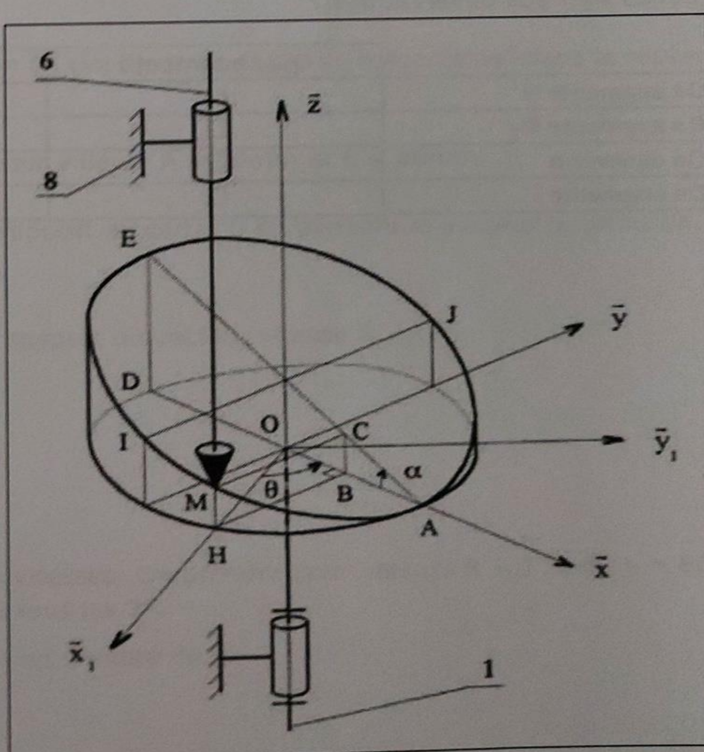
Le point M est situé dans le plan $(O,\vec{x_1},\vec{z})$.

On appelle H sa projection sur l'axe $(O,\vec{x_1})$.

On pose $\overrightarrow{OH} = r.\vec{x_1}$ (distance entre l'axe de l'arbre 1 et l'axe du piston 6).

On pose $\overrightarrow{HM} = e.\vec{z}$

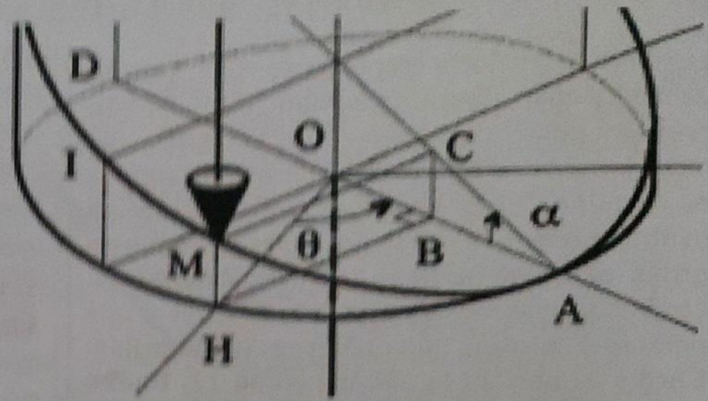
On pose α l'angle d'inclinaison du plateau (fixe dans notre étude).



1. Déterminer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ (loi d'entrée-sortie du mécanisme) suivant l'axe $\vec{z}$. Exprimer ce vecteur en fonction de $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{\theta}$ et $\boldsymbol{\alpha}$.

2. Déterminer le vecteur vitesse du point M par rapport au bâti 8. On le notera $\vec{V}_{M,6/R}$.

3. Exprimer littéralement le débit volumique instantané du piston 6.



Travail informatique :

Sur tableur, tracer les courbes du débit instantané (mm³/s) et du débit moyen (l/min) d'un seul piston en fonction des paramètres ci-dessous. On fera évoluer l'angle θ tous les 2° ;

Diamètre du piston 6 :	$Ø_p =$ 6 mm
Distance r :	$r =$ 30 mm
Fréquence de rotation de l'arbre 1 :	$N =$ 500 tr/min
Angle d'inclinaison du plateau :	$\alpha =$ 20°

Quelles sont vos observations ?

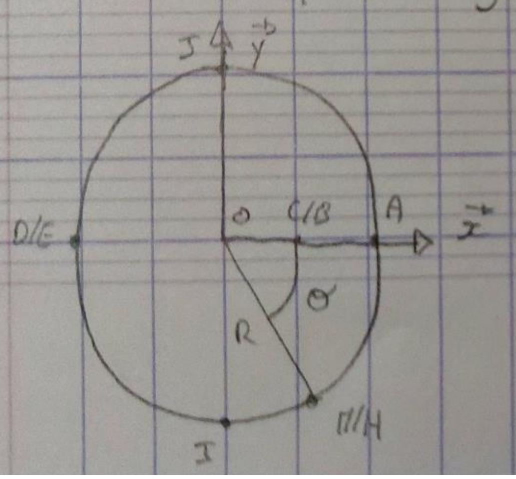
	Q_{moy} augmente	Q_{moy} est stable	Q_{moy} diminue
On augmente N	☐	☐	☐
On augmente $Ø_p$	☐	☐	☐
On diminue α	☐	☐	☐
On augmente r	☐	☐	☐

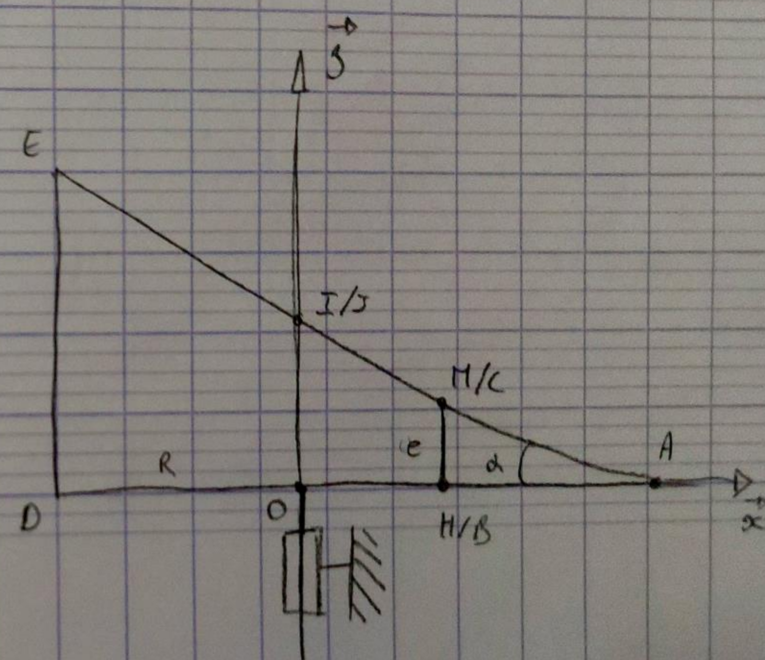
$\sqrt{4250}$ $\quad 0{,}088 / \left(\frac{\pi}{30}\right) =$

Activité 4 :

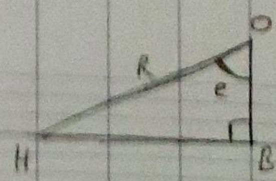
1. $\vec{OM} = \vec{OH} + \vec{HM}$

$\vec{OM} = R \times \vec{x_1} + e \times \vec{z}$



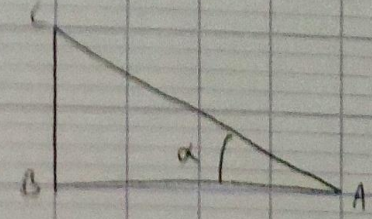


1er temps on travaille dans OBH



$R \cdot \cos\theta$

2ème temps on travaille dans ABC



$R - R\cos\theta$

$$\vec{HH} = \vec{BC} = c \cdot \vec{y} = R \cdot \tan\alpha\,(1 - \cos\theta) \cdot \vec{y}$$

peut varier

$$\vec{OH} = R \times \vec{x} + \boxed{R \times \tan\alpha\,(1 - \cos\theta) \times \vec{y}}$$

2. $V_{H/R} = \left.\dfrac{dOH}{dt}\right|_R = (R \times \tan\alpha\,(R - \cos\theta))'$

développement

$$\underbrace{R \cdot \tan\alpha}\ -\ \underbrace{R\tan\alpha}\ \underbrace{\cos\theta}$$

$$= 0 + R\tan\alpha \times \dot{\theta} \cdot \sin\theta$$

Rappel :

$(\cos x)' = -\sin x$

$(\cos u)' = -u'\sin u$

$$\vec{V}_{H\,6/R} = R \times \dot{\theta} \cdot \tan\alpha \cdot \sin\theta \cdot \vec{y}$$

3. $Q = S \times V = (\pi \times R^2) \times (R \times \dot{\theta} \times \tan\alpha \times \sin\theta)$

m^3/s — m^2 — m/s — N

ACTIVITE 5 – Système bielle manivelle

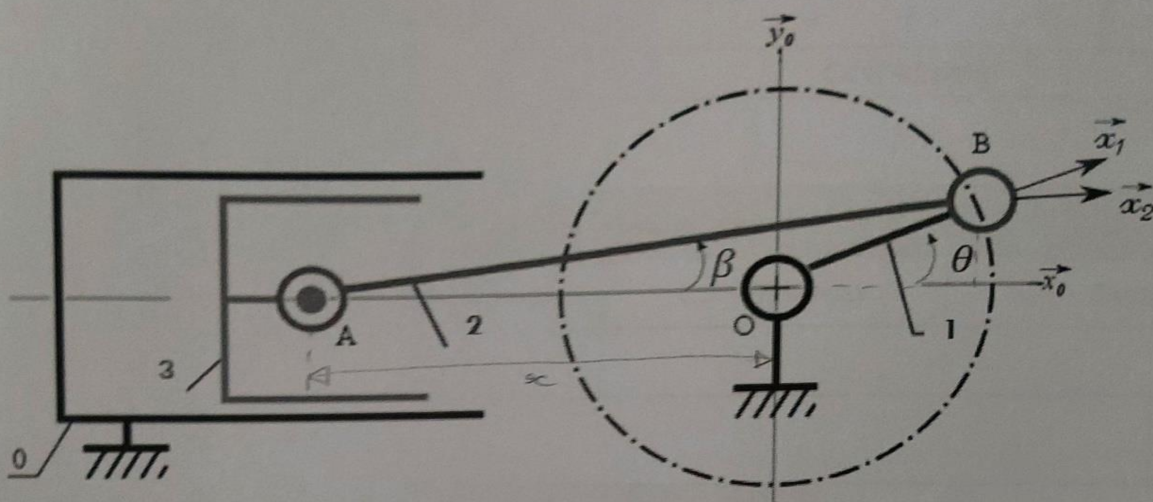
Le repère $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ est le repère absolu lié au carter <u>0</u> du moteur.

Le repère $R_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})$ est un repère relatif lié à la manivelle <u>1</u> de l'arbre moteur, tel que : $\overrightarrow{OB} = R.\overrightarrow{x_1}$.

Le repère $R_2(A,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ est un repère relatif lié à la bielle <u>2</u> de l'arbre moteur, tel que : $\overrightarrow{AB} = L.\overrightarrow{x_2}$.

R est le rayon de la manivelle <u>1</u> et L la longueur de la bielle <u>2</u> tel que $L > R$.

Les paramètres des vitesses angulaires sont les suivants : $\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\theta}.\overrightarrow{z_0}$ et $\vec{\Omega}_{2/0} = \dot{\beta}.\overrightarrow{z_0}$



1. Déterminer l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OA}$ (loi d'entrée-sortie du mécanisme) dans le repère R_0. L'exprimer en fonction de L, R et α.

2. Calculer la course du piston. On prendra pour valeurs R = 10mm et L = 86mm.

3. Calculer le vecteur vitesse du point A par rapport au carter <u>0</u> en dérivant le vecteur position $\overrightarrow{OA}$. On le notera $\vec{V}_{A,3/0}$.

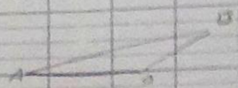
4. Retrouver cette vitesse en appliquant le transport du vecteur vitesse $\vec{V}_{O,1/0}$.

<u>Travail informatique :</u>

Sur tableur, tracer la courbe des positions et des vitesses. On prendra pour valeurs R = 15mm, L = 86 mm et $\dot{\theta}$ = 1000 tr/min. On fera évoluer l'angle θ tous les 2°.

En déduire l'accélération par dérivation graphique en nombre de g.

Activité 5 :



1. $OA = \vec{OB} + \vec{BA}$

$OA = R . \vec{x_1} - L . \vec{x_2}$

mettre cette expression sur x_0 et y_0

$\vec{x_0} / \quad x = R\cos\theta - L\cos\beta$ (1)

$\vec{y_0} / \quad 0 = R\sin\theta - L\sin\beta$ (2)

(2) $R . \sin\theta = L \times \sin\beta$

$$\sin\beta = \frac{R}{L} \times \sin\theta$$

* $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\theta}$$

(1) $$x = R \times \cos\theta - L \times \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \times \sin^2\theta}$$

$$= R \times \cos\theta - \sqrt{L^2 - \cancel{L^2} \times \frac{R^2}{\cancel{L^2}} \times \sin^2\theta}$$

$$\vec{OA} = \vec{x} = \left[R \times \cos\theta - \sqrt{L^2 - R^2 \times \sin^2\theta}\right] \times \vec{x_0}$$

Rappel : $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

$(u^n)' = n \times u' \times u^{n-1}$

$(\sin u)' = u' \times \cos u$

$(\cos u)' = -u' \times \sin u$

$\boxed{2. \text{ course du piston} = 2 \times \vec{OB} = 2 \times R = 20\,mm}$

dérivé :

$$\overrightarrow{V_{A\,3/0}} = \frac{d\,\overrightarrow{OA}}{dt}_{R_0}$$

L^2 = constante

$$= -R \times \dot{\theta} \times \sin\theta - \frac{-R^2 \times 2 \times (\sin\theta)' \times \sin\theta}{2\sqrt{L^2 - R^2 \times \sin^2\theta}}$$

$$= -R \times \dot{\theta} \times \sin\theta - \frac{2 \times R^2 \times \sin\theta \times \dot{\theta} \times \cos\theta}{2\sqrt{L^2 - R^2 \times \sin^2\theta}}$$

$$= -R \times \dot{\theta} \times \sin\theta - \frac{R^2 \times \dot{\theta} \times \sin 2\theta}{2\sqrt{L^2 - R^2 \times \sin^2\theta}}$$

Autres :

$$\overrightarrow{V_{A\,3/0}} = \overrightarrow{V_{A\,2/0}} = \overrightarrow{V_{B\,1/0}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$$

$$\overrightarrow{V_{B\,2/0}} = \overrightarrow{V_{B\,1/0}} = \underbrace{\overrightarrow{V_{O\,1/0}}}_{=0} + \overrightarrow{BO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}}$$

$$\overrightarrow{V_{A\,3/0}} = \overrightarrow{BO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$$

$$= -R\,\overrightarrow{x_1} \wedge \dot{\theta} \times \overrightarrow{z_1} + L \times \overrightarrow{x_2} \wedge \dot{\beta} \times \overrightarrow{z_2}$$

$$\overrightarrow{V_{A\,3/0}} = +R \times \dot{\theta} \times \overrightarrow{y_1} - L \times \dot{\beta} \times \overrightarrow{y_2}$$

$$V_{A\,3/0} = R \times \dot{\theta} \begin{pmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} - L \times \dot{\beta} \begin{pmatrix} -\sin\beta \\ \cos\beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= -R \times \dot{\theta} \times \sin\theta + L \times \dot{\beta} \times \sin\beta$$