BUT-1, R2.02 — *IUT d'Angers-Cholet*, A.U : 2021-2022

TD n° 1 de DDS

✳ Exercice 1

La figure ci-contre montre une poutre de longueur ℓ soumise à une force concentrée $\boldsymbol{P}$ appliquée au point C d'abscisse a.

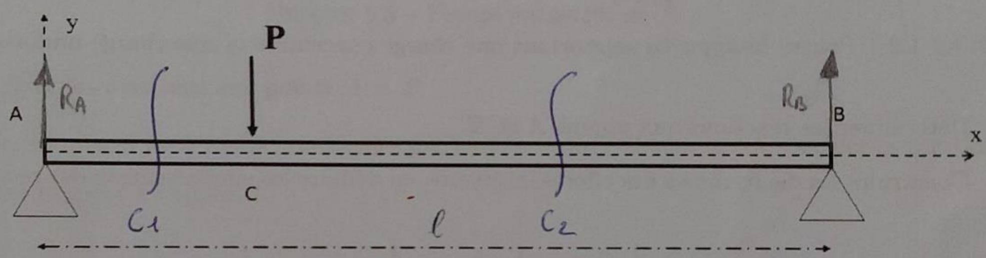


FIGURE 1.1 – Poutre sur appuis simples supportant une charge concentrée.

1. Déterminer l'expression des réactions d'appuis en fonction de P, a et ℓ.
2. Montrer que les expressions de l'effort tranchant et du moment fléchissant sont définies par :

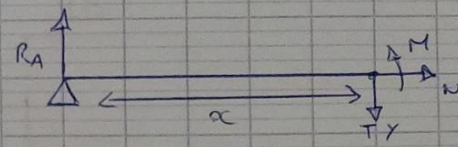
$$T = \begin{cases} P(1-\frac{a}{\ell}) & \text{si } x < a \\ -P\frac{a}{\ell} & \text{si } x > a \end{cases}$$

$$M = \begin{cases} P\left(\frac{x(\ell-a)}{\ell}\right) & \text{si } x < a \\ P\left(\frac{a(\ell-x)}{\ell}\right) & \text{si } x > a \end{cases}$$

3. Tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant, en déduire la section la plus dangereuse.

Données : $P = 5$ kN ; $a = 2$ m ; $\ell = 5$ m.

Exercice 1 correction :



1- $R_A, R_B = f(P, a, \ell)$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 & R_A - P + R_B = 0 \\ \sum M_{/A} = 0 & -Pa + R_B \times \ell = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} R_A = P - R_B = P\left(1 - \frac{a}{\ell}\right) = \frac{P(\ell - a)}{\ell} \\ R_B = \frac{Pa}{\ell} \end{cases}$$

2- $0 \leqslant x \leqslant a$

$N = 0$

$$\sum F_{/y} = 0 \longrightarrow R_A - T_y = 0$$

$$\sum M_{/A} = 0 \longrightarrow -T_y x + M = 0$$

$$\longrightarrow \begin{cases} T_y = R_A = \frac{P(\ell - a)}{\ell} \\ M = T_y x = \frac{P(\ell - a)}{\ell} x \end{cases}$$

$a \leqslant x \leqslant \ell$

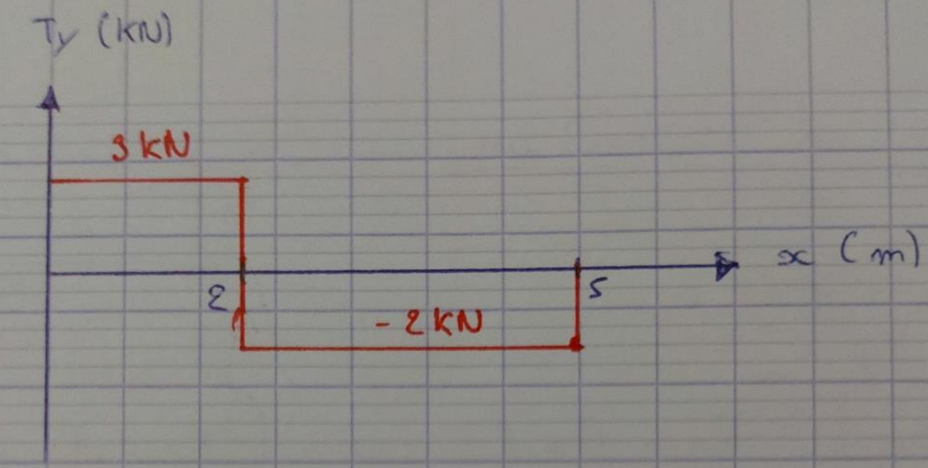
$$\sum F_{/y} = 0$$

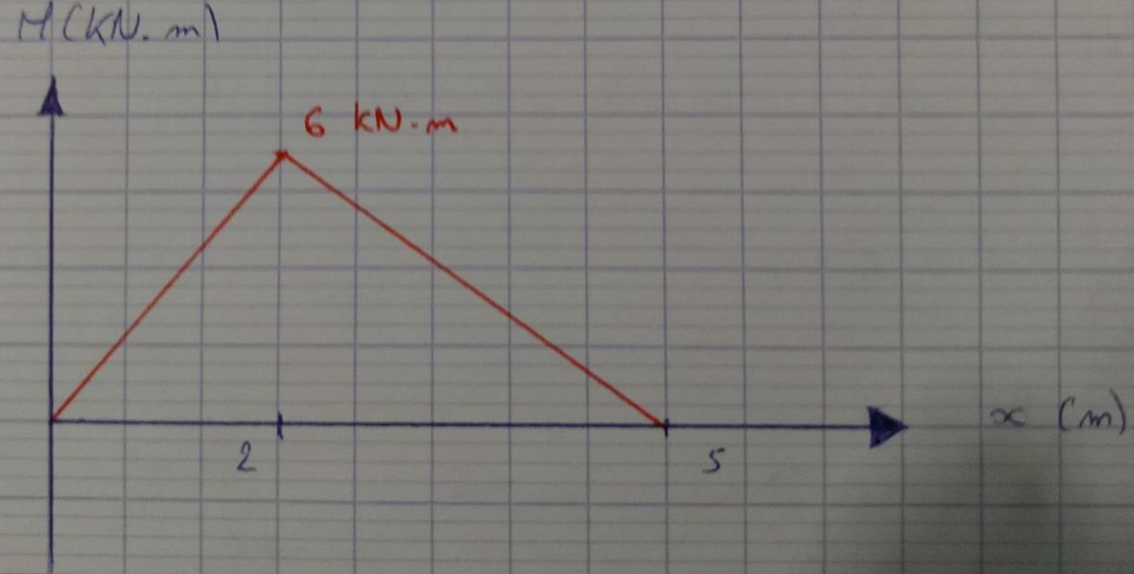
$$\begin{cases} -T_y - P + R_A = 0 \\ -T_y x - Pa + M = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} T_y = \frac{P(\ell - a)}{\ell} - P = -\frac{Pa}{\ell} \\ M = \frac{Pa}{\ell} \times x + Pa = Pa\left(1 - \frac{x}{\ell}\right) \end{cases}$$

3- $P = 5\,kN$, $a = 2\,m$, $\ell = 5\,m$

$0 \leqslant x \leqslant a$
$$\begin{cases} T_y = 5\left(1 - \frac{2}{5}\right) = 3\,kN \\ M = 3x\ kN.m \end{cases}$$

$a \leqslant x \leqslant \ell$
$$\begin{cases} T_y = -2\,kN \\ M = 2(5 - x) = 10 - 2x\ kN.m \end{cases}$$


Ty (kN)
3 kN
x (m)
2
5
- 2 kN


M (kN.m)
6 kN.m
x (m)
2
5

TD n° 2 de DDS

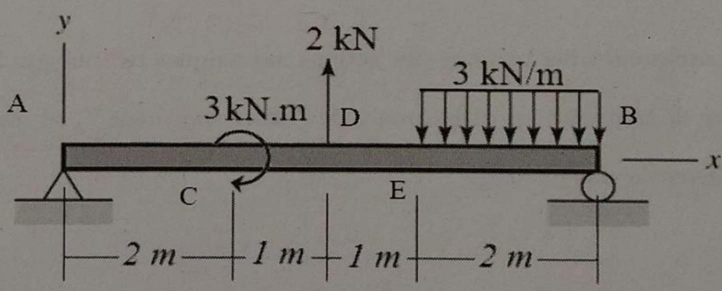
Exercice n°1

La figure ci-contre montre la modélisation d'une poutre qui repose sur deux appuis. La poutre est soumise à :

× une charge uniformément répartie entre E et B de densité $p = 3$ kN/m.

× une charge concentrée au milieu de la poutre $F = 2$ kN.

× un moment $M_C = 3$ kNm.



1. Déterminer les réactions aux appuis.
2. Tracer les diagrammes de l'effort tranchant et du moment fléchissant, en déduire les sections dangereuses.
3. Calculer la contrainte maximale due à l'effort tranchant pour les deux profilés suivants :

   × une section circulaire de diamètre $d = 20$ mm.

   × une section rectangulaire $b \times h = 35 \times 20$ (mm × mm).

Correction :

1- Déterminer les réactions aux appuis

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = 0 \quad \begin{cases} R_A + 2 - \int_4^6 3\,dx + R_B = 0 & /\vec{y} \\ -3 + 3\times 2 - \int_4^6 3x\,dx + R_B \times 6 = 0 & A/\vec{z} \end{cases}$$
$$\sum \overrightarrow{M_O} = 0$$

soit $R_A + R_B - 2 + [3x]_4^6$

$-2 + (18 - 12) = 4$

$$R_B = \frac{1/2\,(3\,(6^2 - 4^2)) - 3}{6} = \frac{27}{6}$$

$R_B = 4{,}5$ kN soit $R_A = -0{,}5$ kN

2- Coupe 1 : $0 \leqslant x \leqslant 2$

PFS $\begin{cases} R_A - T_y = 0 & /\vec{y} \\ M_{fz} - T_y \times x = 0 & A/\vec{z} \end{cases}$

soit $T_y = -0{,}5$ kN

$M_{fz} = -0{,}5x$ kN.m

Coupe 2 : $2 \leqslant x \leqslant 3$

PFS $\begin{cases} R_A - T_y = 0 & /\vec{y} \\ M_{fz} - T_y \times x - 3 = 0 & A/\vec{z} \end{cases}$

soit $T_y = -0{,}5$ kN

$M_{fz} = -0{,}5x + 3$ kN.m

Coupe 3 : $3 \leqslant x \leqslant 4$

PFS $\begin{cases} R_A + 2 - T_y = 0 & /\vec{y} \\ M_{fz} - 3 + 2\times 3 - T_y \times x = 0 & A/\vec{z} \end{cases}$

soit $T_y = 1{,}5$ kN

$M_{fz} = 3 - 6 + 1{,}5x = 1{,}5x - 3$ kN.m

Coupe 4 : $4 \leq x \leq 6$

PFS $\begin{cases} R_A + 2 - \int_4^x 3\,dx - T_y = 0 \ /\vec{y} \\ M_{fz} - 3 + 2 \times 3 - \int_4^x 3x\,dx - T_y \times x = 0 \quad A/\vec{z} \end{cases}$

soit $T_y = -[3x]_4^x + 1{,}5 = -3x + 12 + 1{,}5 = -3x + 13{,}5$ kN

$M_{fz} = -3 + 3 \times [x^2]_4^x + (-3x + 13{,}5) \times x = -1{,}5x^2 + 13{,}5x$

Exercice 2

1- $\{T_{ext \to poutre}\}_A = \begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{(\vec{x};\vec{y};\vec{z})}$ soit dans le plan $\begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & N_A \end{Bmatrix}$

(pour A et B)

PFS : $\sum \vec{F_{ext}} = 0 \quad \sum \vec{M_A} = 0 \quad \begin{cases} Y_A + Y_B - 500 - 800 - \int_0^5 58\,dx = 0 \ /\vec{y} \\ -0{,}8 \times 500 - 1{,}8 \times 800 + 5 \times Y_B - \int_0^5 58\,x\,dx = 0 \quad A/\vec{z} \end{cases}$

soit $Y_B \times 5 = 0{,}8 \times 500 + 1{,}8 \times 800 + 58 \times [1/2\, x^2]_0^5$

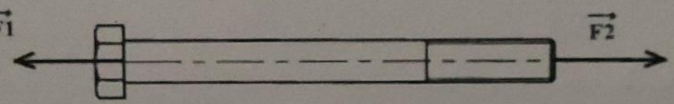
$Y_B \times 5 = 1840 + 725$

BUT–1, R2.02 ***IUT d'Angers-Cholet*, A.U : 2021-2022**

TD n° 3 de DDS

Exercice 1

Soit la vis ci-dessous de longueur 150 mm et de diamètre 15 mm, en équilibre sous l'action des deux forces F_1 et F_2 d'intensité chacune 1000 daN. La vis est en acier et son module d'élasticité longitudinale est de 200 GPa.



1. A quel type de sollicitation est soumise la vis ?
2. Calculer la valeur de la contrainte.
3. Si on adopte un coefficient de sécurité de 4, calculer la résistance élastique de l'acier.
4. Déterminer l'allongement de la vis.

Exercice 2

Un câble de diamètre 8 mm et de longueur 300 m réalisé en acier de module d'élasticité $E = 200$ GPa et de limite élastique $R_e = 295$ MPa est soumis à une contrainte de 40 MPa.

1. Vérifier que le coefficient de sécurité appliqué à ce câble est supérieur à 4.
2. Calculer la force appliquée à ce câble.
3. Calculer l'allongement de ce câble.

TD n°3

Exercice 1 :

1- La vis est soumise à une traction

2- $\sigma = \frac{10\,000}{\pi \times 7,5^2} = 56,59$ MPa

3- $\sigma \leq \frac{\sigma_e}{3} \cancel{\leq} \geq \frac{\sigma_e}{4}$

$\sigma_e \geq 4 \times \sigma = 4 \times 56,6 = 226,4$ MPa

4- $\sigma = \frac{F}{S} = E \times \varepsilon = E \times \frac{\Delta d}{\Delta L}$

$\Delta L = \frac{F \times L}{E \times S} = \frac{10^4 \times 150 \times 4}{200 \times 10^3 \times \pi \times 15^2}$

$[\Delta L] = \frac{[ML T^{-2}][L]}{[ML^{-1} T^{-2}][L^2]} = [L]$

Exercice 2 :

1- $S = \frac{\sigma_e}{\sigma} = \frac{295}{40} = 7,37 > 4$

2- $\sigma = \frac{F}{S} \rightarrow F = \sigma \times S$

AN : $F = 40 \times \pi \times 4^2$

$F = 2010,62$ N

3- $\varepsilon : \frac{\sigma}{E}$ AN : $\varepsilon = \frac{40}{200.10^3} = 2.10^{-4}$

$\Delta L = \varepsilon \times L$

$= 2.10^{-4} \times 300.10^{-3}$

$= 60$ mm

4. Si la masse volumique de l'acier est de 7800 kgm^{-3} et celle de l'aluminium est de 2500 kgm^{-3}, déterminer le rapport des masses des deux tiges.

Exercice 3

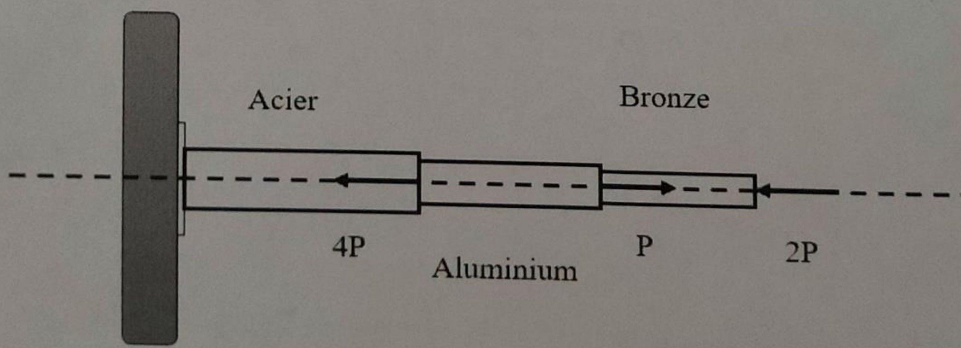
Une barre en fonte de longueur $L = 200$ mm, de diamètre $d = 50$ mm, de module de Young $E = 100$ GPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0,3$ supporte une charge de compression de 140 kN. Déterminer :

1. le raccourcissement de la longueur.
2. l'augmentation du diamètre.
3. la dimunition du volume.

Exercice 4

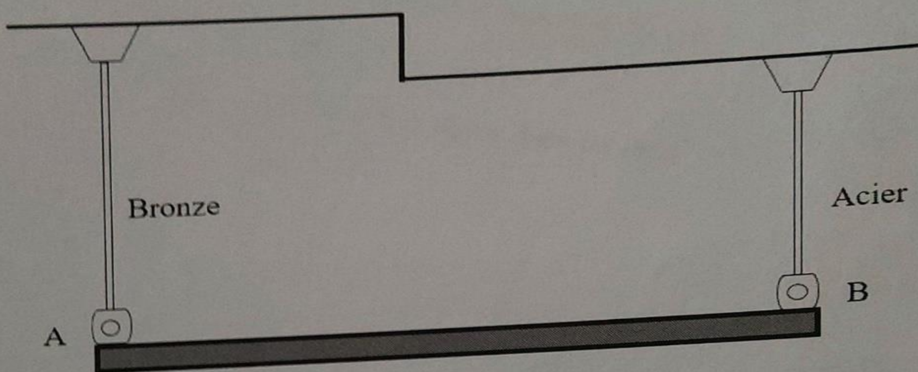
Une barre d'aluminium est rigidement attachée entre une barre en acier et une barre en bronze (voir la figure ci-contre). Des chargements axiaux sont appliqués dans les positions indiquées. Trouver la charge maximale P pour que la contrainte ne dépasse pas une valeur de 140 MPa dans la barre en acier, une valeur de 90 MPa dans la barre d'aluminium et une valeur de 100 MPa dans la barre en bronze.

Données : $S_{acier} = 500$ mm^2 ; $S_{alu} = 400$ mm^2 ; $S_{br} = 200$ mm^2.



Exercice 5

Une barre homogène d'une masse de 800 kg est supportée aux extrémités A et B par un câble (voir la Figure ci-contre). Calculer l'aire minimale de chaque section pour que la contrainte ne dépasse pas une valeur de 90 MPa pour le câble en bronze et une valeur de 120 MPa pour le câble en acier. La longueur de la barre est de 10 m.



Exercice 4 :

Acier → $\sigma = \frac{F}{S}$ → $140 = \frac{F}{500}$ → $F = 140 \times 500 = 70.10^3$ N

$F = 5P$ → $70.10^3 / 5 = P = 14.10^3$ N

Alu → $F = 90 \times 400 = 36.10^3$ N

$F = P$ → 36.10^3 N

Bronze → $F = 100 \times 200 = 20.10^3$ N

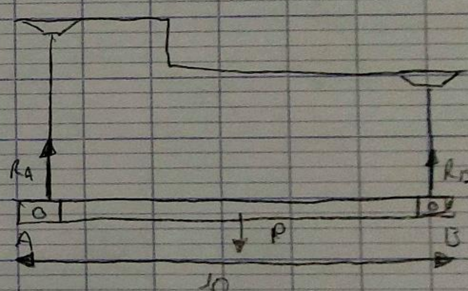
$F = 2P$ → 10.10^3 N $= 20.10^3 / 2$

Pour la charge max à prendre on choisi la valeur la plus petite

Exercice 5 :

$l = 10$ m $\sigma_{acier} = 90$ MPa

$m = 800$ kg $\sigma_{bronze} = 120$ MPa

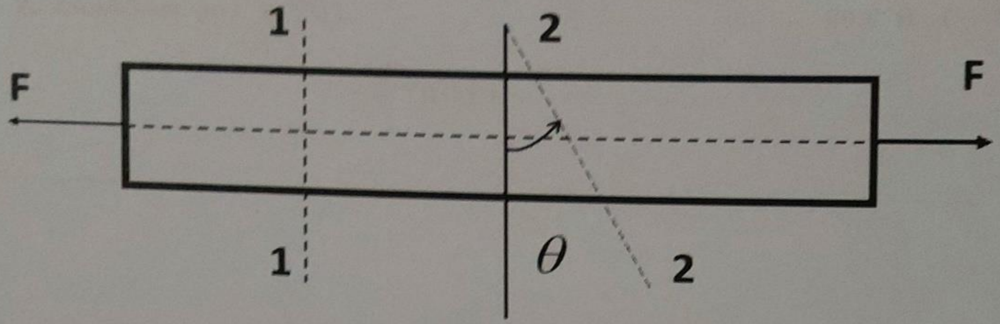


$$\begin{cases} R_A + R_B - P = 0 \\ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_A = 8000 - 4000 = 4000 \text{ N} \\ R_B = \frac{5 \times 8000}{10} = 4000 \text{ N} \end{cases}$$

$$\sigma^{max}_{bronze} = \frac{R_A}{S_{bronze}}$$

$$S_{bronze} = \frac{4000}{90} = 44{,}44 \text{ mm}^2$$

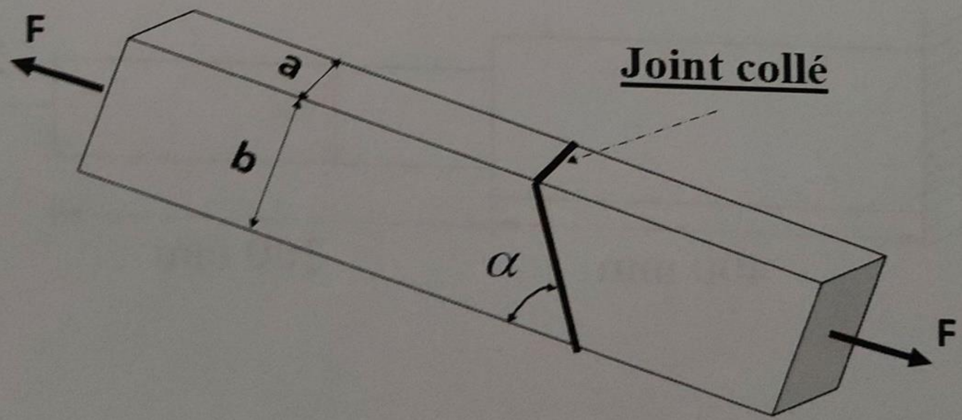
$$S_{acier} = \frac{4000}{120} = 33{,}33 \text{ mm}^2$$



2. Pour le plan incliné, déterminer l'angle θ_{max} pour lequel la contrainte normale est maximale.
3. Pour le plan incliné, déterminer l'angle θ_{max} pour lequel la contrainte tangentielle est maximale.
4. Interpréter les résultats.

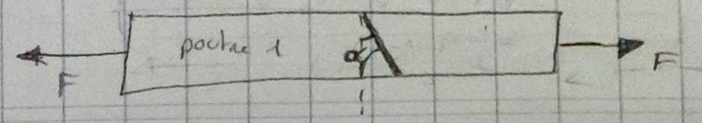
Exercice 3

Deux poutres en bois de section rectangulaire ($a \times b$) sont collées comme l'indique la figure ci-contre. Pour les cas suivants, déterminer les contraintes normale et tangentielle dans le joint collé (utiliser les résultats de l'Exercice 2).



- × Cas 1 : $\alpha = 30°$, $a = 100$ mm, $b = 60$ mm, $F = 1000$ daN.
- × Cas 2 : $\alpha = 65°$, $a = 120$ mm, $b = 80$ mm, $F = 400$ daN.

Dans le cas où $a = 120$ mm, $b = 80$ mm et $F = 960$ daN, on impose les contraintes admissibles suivantes



Exercice n°3

Cas 1 section = 100 x 60 = 6000

Cas 2 section = 8160

[illegible] cas = 8160

$\alpha = 30° \to \theta = 60°$

Cas 1 $\to \sigma' = \sigma_0 \left(\frac{1 + \cos 2\theta}{2}\right) = \frac{10^4}{100 \times \sigma_0} \times \left(\frac{1 + \cos 120}{2}\right) = 0{,}41$ MPa

$\tau = \frac{-10^4}{100 \times \sigma_0} \; \frac{\sin(120)}{2} = -0{,}72$ MPa

Cas 2 $\quad \alpha = 65° \to \theta = 25°$

$\sigma' = \frac{4000}{120 \times 80} \times \left(\frac{1 + \cos 50}{2}\right) = 0{,}34$ MPa

$\tau' = \frac{-4000}{120 \times 80} \times \frac{\sin(50)}{2} = -0{,}16$ MPa

Partie 2

$\alpha = 20° \qquad \theta = 70°$

$a \times b = 120 \times 80$

$F = 960$ daN

$\sigma_a = 1{,}1$ MPa

$\tau_a = 1{,}4$ MPa

$\sigma' = \frac{9600}{120 \times 80} \times \left(\frac{1 + \cos 140}{2}\right) = 0{,}12$ MPa

$\tau' = -\frac{9600}{120 \times 80} \times \frac{\sin 140}{2} = -0{,}32$ MPa

$\sigma \leqslant \frac{\sigma_{adm}}{s}$

$S_n = \frac{1{,}1}{0{,}12} = 9{,}16$ normal

$S_t = \frac{1{,}4}{|-0{,}32|} = 4{,}4$ tangentielle

Cas 2 $\alpha = 35°$ $\theta = 55°$

$$\sigma' = \frac{9600}{120 \times 80} \times \left(\frac{1 + \cos 110°}{2}\right) = 0{,}328 \text{ MPa}$$

$$\tau' = \left(-\frac{9600}{120 \times 80}\right) \times \left(\frac{\sin 110}{2}\right) = -0{,}469 \text{ MPa}$$

Rupture par cisaillement

$$S_n = \frac{1{,}1}{0{,}328} = 3{,}35$$

$$S_t = \frac{1{,}4}{-0{,}469} = -2{,}98$$

Cas 3 $\alpha = 45°$ $\theta = 45° = \boxed{90 - \alpha = 90 - 45 = 45}$

$$\sigma' = \frac{9600}{120 \times 80} \times \left(\frac{1 + \cos 90}{2}\right) = 0{,}5 \text{ MPa}$$

$$\tau' = \left(\frac{-9600}{120 \times 80}\right) \times \left(\frac{\sin 90}{2}\right) = -0{,}5 \text{ MPa}$$

$$S_n = \frac{1{,}1}{0{,}5} = 2{,}2$$

$$S_t = \frac{1{,}4}{-0{,}5} = -2{,}8$$

Rupture par traction car $\sigma_a \leq \tau_a$