Université d'Angers
Département de Mathématiques

L2 M

Programmation sous python — 2025-2026

Contrôle continue n° 1
11 février 2026, 13:30–15:00

À lire. Quelques consignes importantes pour la notation :

- Les scripts doivent être commentés et syntaxiquement corrects : un script qui génère une erreur de syntaxe est systématiquement sanctionné (pas de "petite croix rouge" sous Spyder !)
- Internet est autorisé ainsi que vos travaux en séances. Les échanges de mails et l' utilisation d'intelligences artificielles (type ChatGPT) sont interdits.
- Le non-respect des consignes est aussi pénalisé (si on demande une fonction `somme(n)`, on ne veut pas trouver une fonction `SOMME(n)` ou encore `Somme(N)` comme réponse).
- Votre script `cc1_26.py` est à déposer sur Moodle dans l'espace dédié à votre groupe dans `UE 4 : Programmation sous Python`. (Chercher le nom de l'enseignant !)
- Le barème est sur 21 : il n'est pas nécessaire de tout faire pour avoir la note maximale.

Exercice 1. Les questions de cet exercice sont indépendantes

1) Écrire une fonction Python `estDansLaBoule` qui prend en argument un vecteur $x \in \mathbb{R}^3$ et un rayon $r > 0$ et qui renvoie le booléen `True` ou `False` indiquant si x appartient ou non à la boule (fermée) de rayon r centrée à l'origine, $B(r) = \{x \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq r^2\}$.

Tester cette fonction pour
- $r = 0.5937$ et $x = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5})$
- $r = 0.3$ et $x = (0.2, 0.2, 0.1)$
- $r = 3$ et $x = (2, 2, 1)$.

Quelle conclusion peut-on tirer des deux derniers exemples ? Rédiger la réponse en utilisant la commande `print`.

2) Écrire une fonction Python `melanger` qui prend en argument deux chaînes de caractères x et y et renvoie la chaîne

$$x[0]y[0]x[1]y[1]\ldots$$

Par exemple

$$\text{'abcd'}, \text{'xy'} \longmapsto \text{'axbycd'}.$$

Tester la fonction pour
- $x =$ 'a' et $y =$ 'bc'
- $x =$ 'ab' et $y =$ 'c'
- $x =$ 'abcd' et $y =$ 'd ef'.

3) Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ une matrice réelle carrée d'ordre 3. On rappelle que toute matrice M peut se décomposer de manière unique sous la forme

$$M = S + A = \frac{1}{2}(M + M^\top) + \frac{1}{2}(M - M^\top)$$

où S est symétrique et A antisymétrique (c'est-à-dire $S^\top = S$ et $A^\top = -A$). Écrire une fonction Python `symEtAntisym` qui prend en argument un tableau `numpy` de dimension deux carré et qui renvoie le couple les tableaux S, A, P, où P est le produit matriciel S^n.

4) Écrire les instructions nécessaires pour dessiner un cercle de rayon 2 centré en $(0, 0)$ ainsi que deux de ces diamètres qui font un angle de 45 degrés entre eux.

Exercice 2. On considère la série numérique

$$S = \sum_{n\geq 0} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)3^n}\,.$$

On rappelle que la somme partielle S_N est définie par

$$S_N = \sum_{n=0}^{N} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)3^n}\,.$$

1) Écrire une fonction `sommePartielle` prenant en argument un entier naturel n et renvoyant S_n, la n-ème somme partielle de la série.

2) Écrire une fonction `sommesPartielles` prenant en argument un entier naturel n et renvoyant la liste des premières $n+1$ sommes partielles, $[S_0, S_1, \ldots, S_n]$.

3) En utilisant la bibliothèque `matplotlib`, écrire une fonction `evolutionS` prenant en argument un entier naturel n et ayant comme effet de bord la représentation graphique des $n+1$ premiers termes de la suite des sommes partielles de la série. Le système de coordonnées aura les indices $\leq n$ an abscisse et le dessin aura *Premieres n sommes partielles* comme titre, où n est l'argument de la fonction.

4) Tester `evolutionS` pour $n = 10^4$. Conjecturer le comportement asymptotique de la suite des sommes partielles de la série, c'est-à-dire une valeur approchée $\widetilde{S}$ pour S, la somme de la série. Indiquer $\widetilde{S}$

- en utilisant une commande `print` à la fin de la fonction `evolutionS`, et
- en rajoutant à la figure précédente la droite $y = \widetilde{S}$ en rouge.

5*) Écrire une fonction `calculApproche` qui prend en argument un entier strictement positif d et qui renvoie un N tel que

$$|S - S_N| < \frac{1}{10^d}.$$

On pourra utiliser une borne pour la différence $S - S_N$ donner par le critère de convergence des séries alternées.

Barème indicatif : 10 — 11