Université d'Angers **Année 2018-2019**

Mathématiques pour la théorie du signal
Contrôle continu du mardi 20 novembre
Durée 1h20

Exercice 1. (6p) On considère la fraction rationnelle

$$f(t) = \frac{t^4}{(t+1)(t^2+1)}$$

(1) Donner la forme la décomposition en éléments simples de $f(t)$.
(2) Déterminer explicitement cette décomposition.
(3) Déterminer une primitive de f sur $[0, +\infty[$.

Exercice 2. (3p) Étudier la convergence de l'intégrale impropre suivante :

$$\int_0^{+\infty} (t^2-1)e^{-3t+1}\, dt$$

Exercice 3. (6p) On considère la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 2 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 6-2t & \text{si } 2 \leq t < 3 \\ 0 & \text{si } 3 \leq t \end{cases}$$

(1) Tracer le graphe de f.
(2) Exprimer f à l'aide de la fonction échelon $\mathcal{U}$.
(3) En déduire la transformée de Laplace de f.
(4) Soit g la fonction causale de période 3 qui coincide avec f sur l'intervalle $[0, 3]$. Déterminer la transformée de Laplace de g.

Exercice 4. (5p)

(1) Calculer la transformée de Laplace $\mathcal{L}[f(t)](p)$ des fonctions suivantes ;

$$f(t) = \mathcal{U}(t)\, t^2 (\frac{e^{-t}+e^{t}}{2}), \qquad g(t) = \mathcal{U}(t)e^{-t} - e^{-t}\mathcal{U}(t-3)$$

(2) Donner l'originale de la fonction suivante :

$$F(p) = \frac{1}{p^2-2p+5}$$