ISTIA

Ecole d'Ingénieurs de l'Université d'Angers

Année : EI1

Contrôle continu de Probabilités et Statistiques

Téodor TIPLICA, Jean-Claude JOLLY, Laurent SAINTIS

Date : 03/04/18 Durée : 1H20 Documents autorisés : Non

Remarque : Les trois exercices peuvent être traités indépendamment.

Exercice 1 (6 points) :

Dans l'étude d'une réaction chimique, 9 expériences seront élaborées. Trois températures différentes seront utilisées et l'expérience sera répétée 3 fois à chaque température et ceci dans un ordre complétement aléatoire. De combien de de façons différentes peut-on élaborer ces 9 expériences ?

Exercice 2 (7 points) :

Une urne A contient 6 boules rouges et 5 vertes et une autre urne B contient 7 rouges et 3 vertes.

1. On transfère deux boules de l'urne A vers l'urne B. Quelle est la probabilité que les deux boules transférées soient rouges ? vertes ? l'une verte et l'autre rouge ?
2. Après ce transfert, on tire une boule au hasard de l'urne B. Quelle est la probabilité qu'elle soit verte ?

Exercice 3 (7 points) :

Une fabrique commande régulièrement et en grande quantité un certain type d'élément à un grossiste. Ce dernier charge un premier livreur de convoyer 80% de la commande et le reste à un deuxième livreur. Les livraisons sont ensuite regroupées dans un même dépôt de la fabrique.
Dans la part du premier livreur, on a constaté qu'il y a environ 1% d'éléments inutilisables et dans celle du deuxième livreur, 5% des éléments sont inutilisables.
On choisit un élément au hasard; quelle est la probabilité :

a) que cet élément ait été livré par le premier convoyeur et qu'il soit en bon état?
b) qu'il soit en bon état?
c) qu'il provienne de la part du premier livreur si l'on sait qu'il est en bon état?

Feuille de formules

$A_n^p = n^p$ (arrangements avec répétions de p objets parmi n)

$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ (arrangements sans répétions de p objets parmi n)

$P_n = n!$ (permutations de n objets distincts)

$P_n = \frac{n!}{k!}$ (permutations de n objets quand on a k répétitions d'un même objet parmi n)

$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ (combinaisons de p objets parmi n – sans remise)

$C_{n+p-1}^p = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$ (combinaisons de p objets parmi n – avec remise)

$P(E_1 \cup E_2 \cup \cdots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$ (si E_i sont incompatibles)

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$P(\bigcup_{i=1}^{n} E_i) = \sum_{i=1}^{n} P(E_i) - \sum_{i \neq j} P\left(E_i \cap E_j\right) + \cdots + (-1)^{n-1} P(\bigcap_{i=1}^{n} E_i)$

$\sum_{i=1}^{n} P(E_i) = 1$ (pour un système complet d'événements incompatibles)

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ (loi de Morgan)

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ (loi de Morgan)

$P(A|B) = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = P(A|B) \times P(B)$

$P(\bigcap_{i=1}^{n} E_i) = \prod_{i=1}^{n} P(E_i)$ (si E_i sont indépendants)

$P(A|B) = P(A)$ et $P(B|A) = P(B)$ (si A et B sont indépendants)

$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A|E_i) \times P(E_i)$ (formule de probabilités totales)

$P(E_i|A) = \frac{P(A|E_i) \times P(E_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|E_i) \times P(E_i)}$ (théorème de Bayes)