Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et téléphones portables.

Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (*4 points*) Dans le plan $\mathcal{P}$ muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}})$, on considère les droites D_1, D_2 et D_3 d'équations respectives : $y = \frac{ax-bc}{2}$, $y = \frac{bx-ac}{2}$ et $y = \frac{cx-ab}{2}$. On suppose que $a \neq b$, $a \neq c$ et $b \neq c$.

1. Faire une figure pour $a = 2$, $b = 1$ et $c = -2$.
2. Montrer que les droites D_1, D_2 et D_3 sont deux à deux sécantes et déterminer les coordonnées de leurs points d'intersection : A point d'intersection de D_1 et D_2, B point d'intersection de D_1 et D_3 et C point d'intersection de D_2 et D_3.
3. Calculer l'aire du triangle ABC.

Exercice 2. (*6 points*) Dans l'espace $\mathcal{E}$ muni d'un repère orthonormé $(0, \vec{\mathbf{i}}, \vec{\mathbf{j}}, \vec{\mathbf{k}})$, on considère les plans $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ donnés par les systèmes d'équations paramétriques suivants :

$$\mathcal{P} : \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & 2 + s + 2t \\ y & = & 2 + 2s + t \\ z & = & 1 - s - t \end{array} \right. ,(s,t) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{P}' : \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & 1 + 3s' - t' \\ y & = & 3 + 3s' + t' \\ z & = & 1 - 2s' \end{array} \right. ,(s',t') \in \mathbb{R}^2.$$

1. Donner une équation cartésienne de $\mathcal{P}$ et une équation cartésienne de $\mathcal{P}'$.
2. Que peut-on en déduire sur la position relative de $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$?

Exercice 3. (*6 points*) Déterminer les valeurs de a pour lesquelles le système :

$$\left\{ \begin{array}{lclclcr} ax & - & 2y & + & z & = & 1 \\ x & - & 2ay & + & z & = & -2 \\ x & - & 2y & + & az & = & 1 \end{array} \right.$$

a) n'a pas de solution, b) a une infinité de solutions, c) a une solution unique.

Exercice 4. (*4 points*) Déterminer la solution générale du système :

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 3x + 2z & = & 0 \\ 3y + z + 3t & = & 0 \\ x + y + z + t & = & 0 \\ 2x - y + z - t & = & 0 \end{array} \right.$$