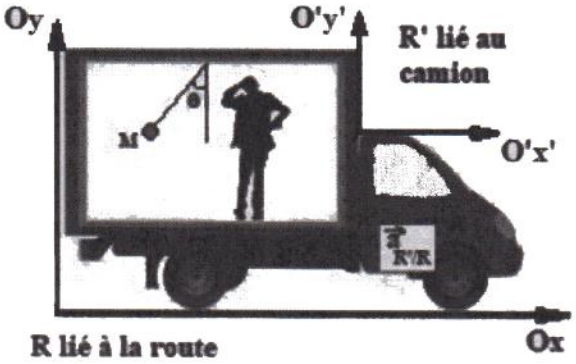
IstiA **ÉCOLE D'INGÉNIEURS** UNIVERSITÉ D'ANGERS	**Mécanique du point**	**CC3** **2 h** ***Sans document, ni calculatrice***

Questions cours :

1) Soit un point M mobile dans les référentiels **R absolu** $(O, \vec{u_x}, \vec{u_y}, \vec{u_z})$ et **R' relatif** $(O', \vec{u'_x}, \vec{u'_y}, \vec{u'_z})$, énoncer les **théorèmes de composition** : **a)** des vitesses et **b)** des accélérations
en explicitant termes/notations, en particulier vous définirez vitesse et accélération d'entrainement de **2 manières différentes**, dont l'une incluant le vecteur rotation d'entrainement $\vec{\omega_e}$ de R' dans R.
2) Enoncer la **2ème loi de Newton**, pour un point matériel M de masse m, dans un référentiel :
a) galiléen R et **b)** non galiléen R'.

Application : Une bille M de masse m est suspendue par l'intermédiaire d'un fil inextensible et de masse négligeable au plafond d'un camion roulant en ligne droite sur une route associée au référentiel terrestre galiléen R. On considère le référentiel relatif R', lié au camion en mouvement de translation dans R.



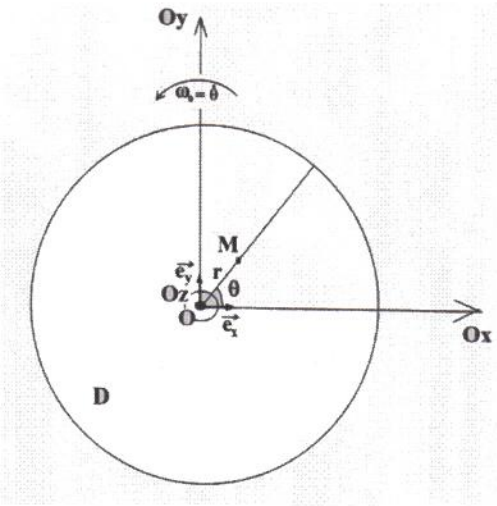
1) Le camion est en phase d'accélération constante $\overrightarrow{a_{R'/R}} = a_{R'/R}\,\vec{u_x}$ par rapport à la route, un observateur à l'intérieur du camion remarque alors que le fil soutenant la bille M fait un angle θ constant, par rapport à la verticale.
En appliquant la 2ème loi de Newton appliquée à la bille M dans le référentiel R', expliquer cette observation en explicitant et en représentant sur un schéma, les différentes forces considérées.
2) En projetant la 2ème loi de Newton sur les axes O'x' et O'y' du référentiel R', exprimer l'angle θ en fonction de $a_{R'/R}$ ~~et g ainsi que la tension du fil T sur M, en fonction de m,~~ g et θ
3) Ecrire la 2ème loi de Newton appliquée à la bille M dans le référentiel R.
4) Le camion roule désormais à vitesse constante $\overrightarrow{V_{R'/R}} = V\,\vec{u_x}$ s. Ecrire la 2ème loi de Newton appliquée à la bille M dans R, puis dans R' - Faire un schéma de la bille, du fil et des forces appliquées à M.

Exercice 1 :

Dans un référentiel galiléen muni d'une base cartésienne : R $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$ un disque D de centre O tourne dans le plan xOy à vitesse angulaire constante $\omega_0 = \frac{d\theta}{dt}$ autour de l'axe Oz. Le disque D est lié au référentiel relatif R' de centre O muni de la base cylindrique : $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z})$

Un mobile ponctuel M part de O à l'instant $t_0 = 0$ et est astreint à se déplacer à vitesse constante V_0 le long d'un rayon du disque D :

$$\overrightarrow{V_{M/R'}} = V_0\,\vec{e_r}$$



1) Exprimer les coordonnées cartésiennes x et y du point M dans R en fonction de ses coordonnées polaires r et θ.
2) Expliciter le mouvement relatif et la trajectoire relative (Γ') de M dans R'.
3) Exprimer dans la base cylindrique $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta}, \vec{e_z})$, les composantes des différents vecteurs ainsi que leurs normes : **a)** position relative $\overrightarrow{OM}$; **b)** vitesse relative $\overrightarrow{V_{M/R'}}$ et **c)** accélération relative $\overrightarrow{a_{M/R'}}$ du point M.
4) On considère le mouvement d'entrainement de R' dans R.
a) Expliciter le mouvement d'entrainement de R' dans R.

b) Exprimer les composantes du vecteur vitesse d'entrainement $\overrightarrow{V_e}$ en fonction de ω_0 et V_0 dans la base cylindrique ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$), puis dans la base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

c) Exprimer les composantes du vecteur accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$ en fonction de ω_0 et V_0 dans la base cylindrique ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$), puis dans la base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

d) Exprimer les composantes du vecteur accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_C}$ en fonction de ω_0 et V_0 dans la base cylindrique ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$), puis dans la base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

5) Grace aux théorèmes de composition des vitesses et des accélérations, exprimer les composantes du vecteur :

a) vitesse absolue $\overrightarrow{V_{M/R}}$ dans la base cylindrique ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$), puis dans la base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

b) accélération absolue $\overrightarrow{a_{M/R}}$ dans la base cylindrique ($\overrightarrow{e_r}$, $\overrightarrow{e_\theta}$, $\overrightarrow{e_z}$), puis dans la base cartésienne ($\overrightarrow{e_x}$, $\overrightarrow{e_y}$, $\overrightarrow{e_z}$).

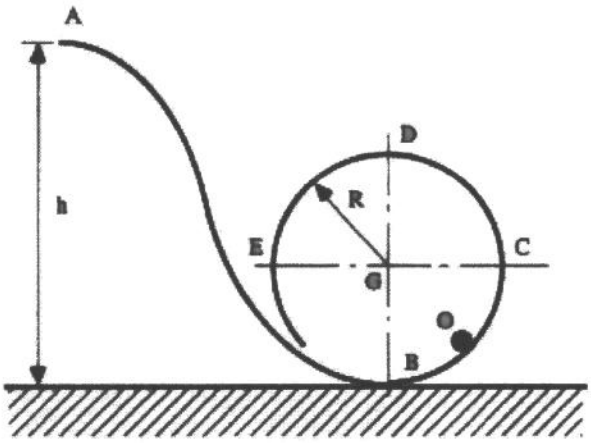
6) Retrouver directement par dérivation les vecteurs vitesse absolue $\overrightarrow{V_{M/R}}$ et accélération absolue $\overrightarrow{a_{M/R}}$.

7) Donner les équations horaires de M : r(t) et θ(t) en fonction de V_0, ω_0 et t - Montrer que la coordonnée polaire r de M est incrémentée d'une longueur constante d à chaque tour du disque D. Tracer l'allure de sa trajectoire (Γ) de M dans le référentiel absolu R.

Exercice 2 :

Un objet ponctuel O glisse sans frottement sur un rail ABCDE formant une boucle circulaire verticale BCDE de rayon R.

A $t_0 = 0$, O est lâché sans vitesse initiale du point A à la hauteur h au dessus du sol (On prendra l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur $Ep_{pes} = 0$ au niveau du sol, en B).



1) Déterminer les expressions des vitesses V_B, V_C, V_D du point O lorsqu'il passe par les points B, C et D en fonction de g, h et R.

2) Exprimer les normes des réactions du rail sur l'objet O, en A, B, et C : $\|\overrightarrow{R_A}\|$, $\|\overrightarrow{R_B}\|$ et $\|\overrightarrow{R_C}\|$.