ISTIA

Ecole d'Ingénieurs de l'Université d'Angers

Année : EI1

Contrôle continu de Probabilités et Statistiques
Téodor TIPLICA, Jean-Claude JOLLY, Laurent SAINTIS

Date : 24/04/17 Durée : 1H20 Documents autorisés : Non

Les deux exercices de l'énoncé peuvent être traités indépendamment.

Exercice 1 (8 points) :

Une urne contient 12 boules : 3 rouges, 4 bleues et 5 jaunes.
On tire simultanément 3 boules. Calculer la probabilité des événements suivants:

a) A ="les trois boules sont rouges" ;
b) B ="aucune des trois boules n'est rouge" ;
c) C ="au moins une des trois boules est rouge" ;
d) D =" tirer 3 boules de couleurs différentes " ;

On considère maintenant que les boules sont tirées une par une avec remise.

e) Qu'elle est la probabilité de tirer 3 boules de couleurs différentes ?

Exercice 2 (12 points) :

Un appareil est constitué de deux composants, A et B, susceptibles de tomber en panne. Les composants sont placés en parallèle (voir figure 1.a) et, ainsi, l'appareil est en panne seulement si les deux composants sont en panne. **Les deux composants ne sont pas indépendants** et on estime à : 0.2 la probabilité d'une panne du composant A ; 0.8 la probabilité d'une panne du composant B si le composant A est en panne ; 0.4 la probabilité d'une panne du composant B si le composant A n'est pas en panne.

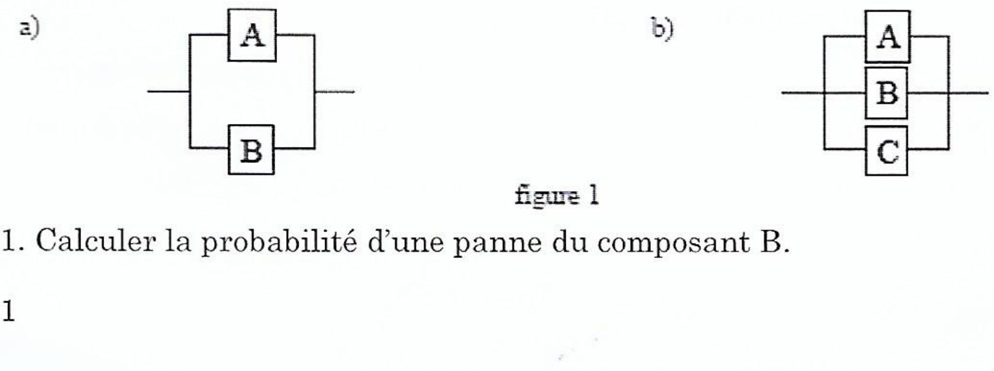

figure 1

1. Calculer la probabilité d'une panne du composant B.

2. Calculer la probabilité de panne de l'appareil.
3. Calculer la probabilité d'une panne du composant A si le composant B est en panne.
4. Calculer la probabilité de panne d'exactement un composant.

Afin d'augmenter la fiabilité de l'appareil, on installe un troisième composant, C, de telle sorte que les composants A, B et C sont placés en parallèle (voir figure 1.b). La probabilité que le composant C tombe en panne est de 0.2, et ce, indépendamment de l'état (en panne ou non) des composants A et B.

5. Calculer la probabilité que l'appareil formé des composants A, B et C tombe en panne.
6. Etant donné que l'appareil est en fonctionnement, quelle est la probabilité que le composant C soit en panne ?

Feuille de formules

$A_n^p = n^p$ (arrangements avec répétions de p objets parmi n)

$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ (arrangements sans répétions de p objets parmi n)

$P_n = n!$ (permutations de n objets distincts)

$P_n = \frac{n!}{k!}$ (permutations de n objets quand on a k répétitions d'un même objet parmi n)

$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ (combinaisons de p objets parmi n – sans remise)

$C_{n+p-1}^p = \frac{(n+p-1)!}{p!(n-1)!}$ (combinaisons de p objets parmi n – avec remise)

$P(E_1 \cup E_2 \cup \cdots) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E_i)$ (si E_i sont incompatibles)

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$P(\cup_{i=1}^n E_i) = \sum_{i=1}^n P(E_i) - \sum_{i \neq j} P(E_i \cap E_j) + \cdots + (-1)^{n-1} P(\cap_{i=1}^n E_i)$

$\sum_{i=1}^n P(E_i) = 1$ (pour un système complet d'événements incompatibles)

$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$ (loi de Morgan)

$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ (loi de Morgan)

$P(A|B) = P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) = P(A|B) \times P(B)$

$P(\cap_{i=1}^n E_i) = \prod_{i=1}^n P(E_i)$ (si E_i sont indépendants)

$P(A|B) = P(A)$ et $P(B|A) = P(B)$ (si A et B sont indépendants)

$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|E_i) \times P(E_i)$ (formule de probabilités totales)

$P(E_i|A) = \frac{P(A|E_i) \times P(E_i)}{\sum_{i=1}^n P(A|E_i) \times P(E_i)}$ (théorème de Bayes)