ISTIA *EI-1 et Pass'Med*	**Mécanique du point**	**CC2** ***2h*** ***Sans calculette*** ***Sans document***

Exercice 1 :

Dans le repère cartésien R $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, muni d'une base orthonormée, un point M se déplace sur la courbe C d'équations paramétriques : $\begin{cases} \mathbf{x = r_0 e^{\theta} \cos\theta} \\ \mathbf{y = r_0 e^{\theta} \sin\theta} \\ \mathbf{z = a r_0 e^{\theta}} \end{cases}$ avec $\mathbf{r_0}$; $\mathbf{a}$; $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ constantes positives.

1) Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_M}$ et accélération $\overrightarrow{a_M}$ du point M.
2) Déterminer la norme de ces vecteurs.
3) Déterminer le vecteur position du point M en coordonnées cylindriques, en précisant les notations et en complétant par un schéma.
4) Déterminer les vecteurs vitesses et accélérations de M dans le système de coordonnées cylindriques.
5) En déduire que $\overrightarrow{a_M}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{u_\rho}$.

Exercice 2 :

Dans le repère cartésien R $(O, \vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z})$, muni d'une base orthonormée, un point M se déplace sur la courbe C plane et cycloïdale d'équations paramétriques : $\begin{cases} \mathbf{x = r_0(\omega t - \sin(\omega t))} \\ \mathbf{y = r_0(1 - \cos(\omega t))} \\ \mathbf{z = 0} \end{cases}$ avec r_0 et ω constantes positives.

1) Déterminer les composantes cartésiennes des vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_M}$ et accélération $\overrightarrow{a_M}$ du point M.
2) Déterminer la norme de ces vecteurs.
3) Expliciter le repère de Frênet $(\vec{\tau}, \vec{n})$, lié au point M à l'instant t en complétant par un schéma. Donner les composantes de $\vec{\tau}$ dans R.
4) Déterminer les composantes des vecteurs vitesse $\overrightarrow{V_M}$ et accélération $\overrightarrow{a_M}$ du point M, dans la base de Frênet.
5) En déduire le rayon de courbure de la trajectoire ρ à l'instant t.

Exercice 3 :

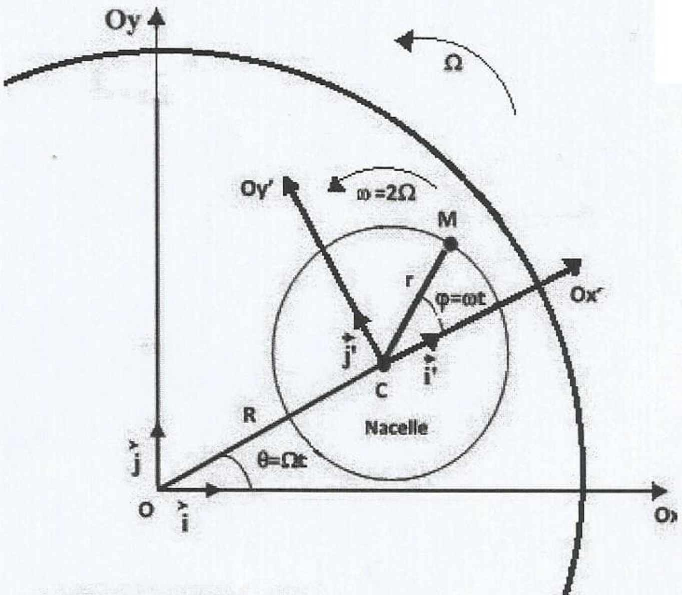
Dans le repère cartésien fixe $\mathcal{R}$ $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, muni d'une base orthonormée, un manège est constitué d'un plateau circulaire sur lequel sont fixées des nacelles en rotation.

Le plateau tourne à la vitesse angulaire Ω constante dans le plan xOy, autour d'un axe vertical (selon $\vec{k}$) passant par O. Une nacelle circulaire est fixée en C sur le plateau par une liaison pivot. Elle se trouve à la distance fixe R de O (OC = R) et tourne à la vitesse angulaire $\omega = 2\Omega$ autour de l'axe vertical (selon $\vec{k'}$) passant par C.

On considère le repère mobile orthonormé $\mathcal{R}'$ $(C, \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'})$, lié au plateau, tel que le vecteur unitaire $\vec{i'}$ soit porté par le rayon OC à l'instant t.

On considère le mouvement d'un point M de la périphérie de la nacelle, situé à la distance $r = \dfrac{R}{2}$ de C.

On pose $\theta = \Omega t = \text{angle}(\vec{i}, \overrightarrow{OC})$ et $\varphi = \omega t = 2\Omega t = \text{angle}(\vec{i'}, \overrightarrow{CM})$.



Plateau tournant

1) a) Expliciter le mouvement du référentiel mobile $\mathcal{R}'(C, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$, dans le référentiel fixe $\mathcal{R}(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

b) Exprimer la vitesse d'entraînement $\overrightarrow{V_e}$ de $\mathcal{R}'$ dans le repère fixe $\mathcal{R}$ de deux façons différentes en indiquant précisément les notations choisies **(question de cours).**

c) En utilisant l'une ou l'autre expression, donner les composantes de $\overrightarrow{V_e}$ dans le repère fixe $\mathcal{R}$ en fonction de R, r, Ω, θ et φ, puis en fonction de R, r et Ω.

2) a) Expliciter le mouvement de M dans $\mathcal{R}'(C, \vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$

b) Exprimer les composantes de la vitesse relative $\overrightarrow{V_r}$ de M dans $\mathcal{R}'$ ainsi que sa norme, en fonction de r et Ω.

3) En déduire les composantes du vecteur vitesse absolue $\overrightarrow{V_a}$ de M dans le repère fixe $\mathcal{R}$ en fonction de R, r et Ω.

4) Exprimer l'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$ de M dans $\mathcal{R}'$ ainsi que sa norme, en fonction de r et Ω.

5) a) Exprimer l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e}$ de M dans le repère fixe $\mathcal{R}$ de deux façons différentes en indiquant précisément les notations choisies **(question de cours).**

b) En utilisant l'une ou l'autre expression, donner les composantes de l'accélération d'entraînement $\overrightarrow{a_e}$ dans le repère fixe $\mathcal{R}$ en fonction de R, r et Ω.

6) a) Exprimer l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_C}$ de M dans le repère fixe $\mathcal{R}$ de deux façons différentes en indiquant précisément les notations choisies **(question de cours).**

b) En utilisant l'une ou l'autre expression, donner les composantes de l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_C}$ de M dans le repère fixe $\mathcal{R}$ en fonction de r et Ω.

7) En déduire les composantes de l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$ de M dans le repère fixe $\mathcal{R}$ en fonction de R, r et Ω.

Données :

cos(a+b) = cosacosb - sinasinb
cos(a-b) = cosacosb + sinasinb
sin(a+b) = sinacosb + cosasinb
sin(a-b) = sinacosb - cosasinb