

Mathématiques pour la théorie du signal
Deuxième contrôle continu.
Lundi 28 novembre-8h00- 9h20

L'usage d'une calculatrice ou de tout appareil électronique est interdit.
L'usage du photocopie est autorisé.

Exercice 1. (5pts)

Rechercher les fonctions du temps t constituant les originaux des fonctions suivantes :

$$F_1(p) = \frac{3p + 7}{p^2 - 2p - 3} \quad , \quad F_2(p) = \frac{4}{p - 2} - \frac{3p}{p^2 + 16} + \frac{5}{p^2 + 4}$$

$$F_3(p) = \frac{2p + 1}{(p - 1)(p^2 + 1)}$$

Exercice 2. (7pts)

On recherche une fonction causale $t \mapsto y(t)$, vérifiant l'équation différentielle

$$(E) \quad y''(t) - y'(t) - 2y(t) = e^t \text{ pour } t > 0$$

et les conditions initiales $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

On note $Y(p)$ la transformée de Laplace de $y(t)$.

1. Écrire la relation vérifiée par $Y(p)$, induite par (E).
2. Calculer $Y(p)$.
3. En déduire la fonction $t \mapsto y(t)$.

Exercice 3. (8pts)

On considère la fonction 2π -périodique $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, telle que $u(t) = t$, si $t \in]-\pi, \pi[$ et $u(-\pi) = u(\pi) = 0$.

1. Tracer le graphe de u .
2. Déterminer la série de Fourier de u .
3. Calculer l'énergie du signal u .
4. En déduire la valeur de $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2}$.