

Mathématiques pour la théorie du signal
 Contrôle continu du mercredi 2 novembre
 Durée 1h20

Exercice 1. (6p) On considère la fraction rationnelle

$$f(t) = \frac{1}{t(t^2 - 1)}$$

- (1) Déterminer la décomposition en éléments simples de $f(t)$.
- (2) Calculer l'intégrale

$$\int_2^x f(t) dt$$

pour $x > 2$.

- (3) Calculer

$$\int_2^{+\infty} f(t) dt$$

Exercice 2. (5p)

- (1) Déterminer la décomposition en éléments simples de

$$f(x) = \frac{2x + 1}{(x - 2)(x^2 + 1)}$$

- (2) Déterminer une primitive de f (sur $]2, +\infty[$).

Exercice 3. (6p) *Utilisation de la fonction échelon.* On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par :

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 1 & \text{si } 1 \leq t < 2 \\ 3 - t & \text{si } 2 \leq t < 3 \\ 0 & \text{si } 3 \leq t \end{cases}$$

- (1) Tracer le graphe de f .
- (2) Exprimer f à l'aide de la fonction échelon \mathcal{U} .
- (3) En déduire la transformée de Laplace de f .
- (4) Soit g la fonction causale de période 3 qui coïncide avec f sur l'intervalle $[0, 3]$. Déterminer la transformée de Laplace de g .

Exercice 4. (3p) Calculer la transformée de Laplace $\mathcal{L}[f(t)](p)$ de

$$f(t) = \mathcal{U}(t) \sin(t) (e^t + \cos t)$$