

Examen estimation et tests – EI2 et EI2PM, promotion 2015-2016

Remarques : Aucun document autorisé
 Durée de l'épreuve : 1h20

8 p

Sujet n°1 :

Dans une fabrication de boulons pour machines, l'ingénieur du contrôle-qualité trouve qu'un échantillon de taille $n = 100$ est nécessaire pour détecter des changements fortuits de 0,5mm dans la longueur moyenne du boulon fabriqué. Supposons qu'il souhaite une précision plus grande pour détecter un changement de 0,1mm seulement, avec les mêmes erreurs de type I et II. De combien doit-il augmenter la taille de son échantillon ?
(on suppose que les longueurs des boulons fabriqués suivent une distribution normale).

12 p

Sujet n°2 :

Une usine doit livrer des baguettes dont la longueur est modélisée par une loi normale d'espérance 40mm. Les baguettes sont inutilisables si elles sont plus petites que 39 mm ou plus grandes que 41mm, et l'usine garantit que moins de 1% des baguettes livrées le sont.

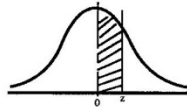
- 3 p 1. En supposant que la machine produit des baguettes à la bonne longueur en moyenne, quel doit être l'écart-type des longueurs pour que 1% des baguettes seulement soient inutilisables ?
- 6 p 2. Sur un échantillon de 15 baguettes, on a observé une moyenne empirique de 40.3 mm, avec un écart-type de 0.6 mm. L'écart-type observé est-il significativement supérieur à l'écart-type théorique de la question précédente ? Les baguettes sont-elles significativement trop longues en moyenne ?
- 3 p 3. Un client se plaint d'avoir reçu 112 baguettes inutilisables sur un lot de 10000. A-t-il raison de se plaindre ?

(utilisez un seuil de significativité de 5% pour les différents tests que vous réalisez)

Formules

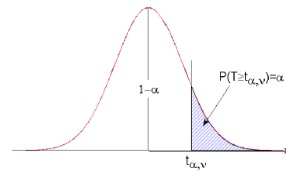
1. $\alpha = Pr(R_{H_0} | H_0 \text{ est vraie})$ – risque d'erreur de 1^{ère} espèce (seuil de significativité du test).
2. $\beta = Pr(A_{H_0} | H_0 \text{ est fausse})$ – risque d'erreur de 2^{ème} espèce.
3. $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$; $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \sim Student(v = n - 1 \text{ ddl})$; $\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(v = n - 1 \text{ ddl})$
4. $P \sim N\left(\pi_0, \sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}\right)$ si et seulement si $\begin{cases} n\pi_0 \geq 5 \\ \text{et} \\ n(1 - \pi_0) \geq 5 \end{cases}$
5. $n = \frac{(z_\alpha/z + z_\beta)^2 \sigma^2}{(\mu_1 - \mu_0)^2}$ – taille d'échantillon pour respecter les risques α et β imposés.
6. $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ – définition du fractile d'ordre α de la loi normale centrée et réduite

Table A1. Table de la loi normale centrée réduite



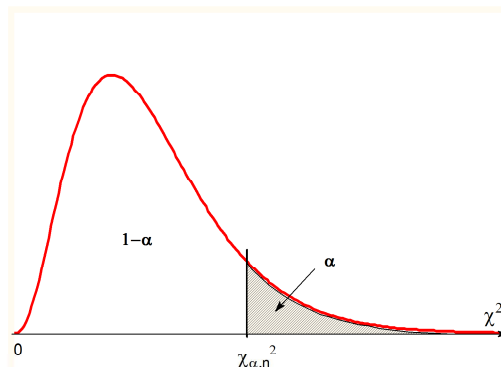
z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4985	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998
3,6	0,4998	0,4998	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,7	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,8	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999	0,4999
3,9	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000	0,5000

Table de la loi de Student



ν	α					
	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,0000	3,0777	6,3138	12,7062	31,8207	63,6574
2	0,8165	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,7649	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,0409
4	0,7407	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,7267	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0322
6	0,7176	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074
7	0,7111	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995
8	0,7064	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554
9	0,7027	1,3830	1,8331	2,2522	2,8214	3,2498
10	0,6998	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693
11	0,6974	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058
12	0,6955	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545
13	0,6938	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123
14	0,6924	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768
15	0,6912	1,3406	1,7531	2,1315	2,6025	2,9467
16	0,6901	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208
17	0,6892	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982
18	0,6884	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784
19	0,6876	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609
20	0,6870	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453
21	0,6864	1,3232	1,7207	2,0796	2,5177	2,8314
22	0,6858	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188
23	0,6853	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073
24	0,6848	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969
25	0,6844	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874

Table de la loi de khi-deux



ν	α						
	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
1	1,3233	2,7055	3,8414	5,0233	6,6349	7,8794	10,828
2	2,7725	4,6051	5,9914	7,3777	9,2103	10,5966	13,816
3	4,1082	6,2513	7,8147	9,3484	11,3449	12,8381	16,266
4	5,3852	7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	14,8602	18,467
5	6,6256	9,2363	11,0705	12,8325	15,0863	16,7496	20,515
6	7,8408	10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	18,5476	22,458
7	9,0371	12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	20,2777	24,322
8	10,2188	13,3616	15,5073	17,5346	20,0902	21,9550	26,125
9	11,3887	14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	23,5893	27,877
10	12,5489	15,9871	18,3070	20,4831	23,2093	25,1882	29,588
11	13,7007	17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	26,7569	31,264
12	14,8454	18,5494	21,0261	23,3367	26,2170	28,2995	32,909
13	15,9859	19,8119	22,3621	24,7356	27,6883	29,8194	34,528
14	17,1170	21,0642	23,6848	26,1190	29,1413	31,3193	36,123
15	18,2451	22,3072	24,9958	27,4884	30,5779	32,8013	37,697
16	19,3688	23,5418	26,2962	28,8454	31,9999	34,2672	39,252
17	20,4887	24,7690	27,5871	30,1910	33,4087	35,7185	40,790
18	21,6049	25,9894	28,8693	31,5264	34,8053	37,1564	42,312
19	22,7178	27,2036	30,1435	32,8523	36,1908	38,5822	43,820