

Exercice 1

Montrer que la divergence du champ vectoriel sphérique $\vec{A}(\vec{r}) = a(r) \frac{\vec{r}}{r}$ est égal à $2 \frac{a(r)}{r} + \frac{da}{dr}$

Exercice 2

Trois charges ponctuelles $q_1 = +12 \mu\text{C}$, $q_2 = -24 \mu\text{C}$ et $q_3 = -24 \mu\text{C}$ sont placées respectivement (0 m, 4 m), (2 m, 2 m) et (-2 m, 2 m).

1. Faire un schéma en coordonnées cartésiennes
2. Quelle est la grandeur de la force électrostatique exercée sur la charge ponctuelle q_1 ?
3. Quelle est la direction de cette force ? On donne $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

Exercice 3

Un champ électrostatique est donné par : $\vec{E} = (\frac{x}{2} + 2y)\vec{e}_x + 2x\vec{e}_y$ v/m

Déterminer le travail effectué en déplaçant une charge ponctuelle $Q = -20\mu\text{C}$

1. De l'origine vers A (4,0,0)m
2. De A(4,0,0)m vers B (4,2,0)
3. De B (4,2,0) vers (0,0,0) suivant une ligne droite

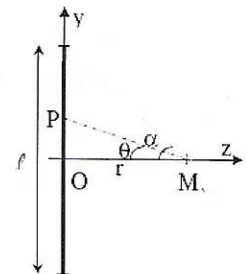
Exercice 4

Soit un fil de longueur l , d'axe $(O ; \vec{y})$ de milieu O , chargé uniformément avec une densité linéique de charges électriques λ positive.

1. Quelle est l'unité de λ ?
2. Calculez l'expression de la charge électrique totale portée par ce fil.

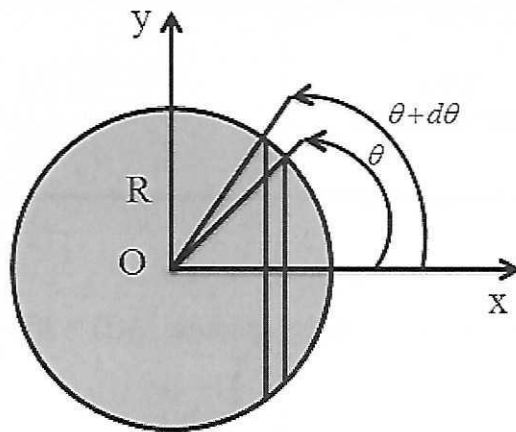
On veut déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}_1(M)$ en un point M situé à une distance $z=OM$ et tel que la droite OM est perpendiculaire au fil en O .

3. Déterminez les symétries du problème.
4. En déduire, quelles sont alors les variables utiles pour trouver le champ électrique au point M ?
5. Quelle est la direction du champ électrique au point M ? Justifiez votre réponse.
6. Calculez l'expression du champ électrique $\vec{E}_1(M)$ créé par l'ensemble du fil en M .



Exercice 5

On considère une sphère creuse ayant une densité surfacique de charge de la forme : $\sigma = -P \cos \theta$ où P est une constante positive.



- 1- Donner l'expression de l'aire élémentaire dS d'une bande comprise entre les rayons repérés par les angles θ et $\theta+d\theta$.
- 2- Calculer, par intégration, la charge totale portée par cette sphère et justifier le résultat obtenu.
- 3- Par un raisonnement simple, sans aucun calcul, trouver le sens du vecteur champ électrique au centre de la sphère.
- 4- Exprimer alors, de manière littérale, le champ créé au centre de la sphère. Est-ce cohérent avec le question3 ?

Exercice 6

- 1- On considère un champ électrique dont l'expression, en tout point M de l'espace, est la suivante :

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(1 - \frac{r}{a}\right) \frac{e^{-\frac{r}{a}}}{r^2} \vec{r}$$

Dans cette expression, r désigne la distance de M à l'origine, Q une charge et a une constante homogène à une distance.

Par application du théorème de Gauss, calculer la charge totale $q(r)$ contenue à l'intérieur d'une sphère de rayon r . Tracer le graphe de la fonction $q(r)$. Interpréter cette courbe.

- 2- Calculer la charge $q_{ext}(r)$ contenue dans une sphère de rayon r et correspondant à la charge à l'intérieur de cette sphère moins de la charge au centre Q . Tracer son graphe. Calculer la limite de cette fonction à l'infini. Expliquer la valeur de cette limite. On prendra $a = 53 \text{ pm}$
- 3- Exprimer la charge dq_{ext} d'un volume élémentaire en fonction de coquille sphérique, d'épaisseur dr et de rayon r . en déduire la densité volumique de charge $\rho_{ext}(r)$ au voisinage du point M

Exercice 7

1. Exprimer la capacité d'un condensateur plan, avec un seul diélectrique, en fonction de la surface de ses armatures et leur distance.
2. Trouver la capacité d'un condensateur plan à doubles diélectriques
 - a) dans le cas où la surface de séparation de diélectriques est parallèle à \mathbf{E}
 - b) dans le cas où la surface de séparation de diélectriques est perpendiculaire à \mathbf{E}