

Nom et prénom :

Groupe TD :

Exercice 1

En utilisant le théorème des accroissements finis, démontrer l'inégalité $e^x \geq x + 1$ pour tout x . *Indication : on distinguera les cas $x \geq 0$ et $x < 0$.*

Développements limités

Exercice 2

Calculer le développement limité $DL_3(0)$ de la fonction $\arccos x$.

Exercice 3

1. Calculer le $DL_3(0)$ de $\frac{x - \sin x}{x^2 \sin x}$.
2. Calculer la limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2}$.

Exercice 4

Soit $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x+2}}$.

1. Calculer le $DL_2(\infty)$ de $\frac{f(x)}{x}$.
2. En déduire une asymptote oblique en $+\infty$ de f et la position du graphe de f par rapport à cette asymptote.

Intégration

Exercice 5

Calculer les primitives des fonctions

$$f(x) = \frac{x^3}{x+1}g(x) = \frac{\cos x}{3-2\sin x}h(x) = (\ln x)^2.$$

Exercice 6

En utilisant le changement de variable $e^x - 1 = t^2$, calculer l'intégrale $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$.
Indication : on rappelle que la dérivée de $\arctan t$ est $\frac{1}{1+t^2}$

Exercice 7

Calculer l'intégrale suivante $\int_{-1}^1 x^{36} \sin^{2017} x dx$.

Exercice 8

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ lorsque $x \rightarrow 0^+$.
2. Calculer l'intégrale sur $]0, 1[$ de $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$.