

Contrôle Continu 1, temps: 2h

Resumé du cours admis, sans d'autres documents, sans calculatrice

1.(1 pt) Notons I l'ensemble des étudiants de E1 ISTIA, et W l'ensemble des jours des week-ends de l'année. Pour l'étudiant $x \in I$, on note $t_w(x)$ le temps qu'il consacre aux révisions pendant le jour $w \in W$. Écrivez avec des quantificateurs et avec la fonction $t_w(x)$ la phrase suivante et sa négation:

"Il y a au moins un étudiant de l'ISTIA qui ne revise jamais ses cours pendant le week-end "

2.(2 pts) La proposition P, est-elle vraie? Donner la négation R de P. Est-ce que R est vraie? Justifier la réponse. (P) *Quelque soit $m \in \mathbf{N}$, m^2 est divisible par 9 \Rightarrow m est divisible par 9*

3.(3 pts) (a) Soit $m \in \mathbf{N}$. Démontrer que si m^3 est pair alors m est pair. (*On pourra raisonner par l'absurde*).

(b) Démontrer que la racine cubique $\sqrt[3]{2}$ n'est pas un nombre rationnel (*On rappelle que $\sqrt[3]{2}$ est définie par $(\sqrt[3]{2})^3 = 2$ et que les nombres rationnels sont les fractions $\frac{m}{n}$, $m \in \mathbf{Z}$, $n \in \mathbf{N}^*$.*)

4.(3 pts) Démontrer par récurrence que pour $n \geq 1$ on a $\sum_{k=0}^n (2k+1) = (n+1)^2$.

5.(3 pts) (a) Soit la fonction $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^2$. Soit $B = \{-4, 0, 4\}$. Calculer $f^{-1}(B)$ et $f(f^{-1}(B))$.

(b) Montrer que si $f: E \rightarrow F$ est une application et $D \subset F$, alors $f(f^{-1}(D)) \subset D$.

(c) Donner un exemple de D tel que $f(f^{-1}(D)) \neq D$.

6.(2 pts) Soit l'intervalle $I =]0, 3[$. Déterminer, si possible, $\max I$ et $\sup I$. Justifier la réponse.

7.(3 pts) Résoudre dans \mathbf{C} l'équation $z^2 + z - (1 - 3i) = 0$.

8.(3 pts) Linéariser $\sin^4 x$ (c'est-à-dire exprimer $\sin^4 x$ comme combinaison linéaire de $\cos kx$ et $\sin mx$).

INSCRIVEZ SVP LE NUMERO DE VOTRE GROUPE de TD SUR LA COPIE !!!