EI1&EI2PM **Contrôle continu 1 — 1h20** **Bases d'algèbre** ISTIA 2016-2017

Tous les documents sont interdits, ainsi que les calculatrices et téléphones portables.
Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice 1. (4 pts) Soient a, b deux réels non nuls, $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} = aI_2 + B$ avec $B = \begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer B^2 puis A^n pour $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2. (4 pts) Expliciter sous forme de tableau chacune des matrices suivantes données en écriture indicielle : $A = ((i - j + ij))_{3,2}, B = ((-1)^{i+j}(i + 2j))_{2,4}$.
Puis calculer AB et BA, si c'est possible.

Exercice 3. (7 pts) Soient a, b, c trois réels et x_1, x_2, x_3 trois réels distincts. On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & |x_1 - x_2| & |x_1 - x_3| \\ |x_2 - x_1| & 0 & |x_2 - x_3| \\ |x_3 - x_1| & |x_3 - x_2| & 0 \end{pmatrix}$$

et le vecteur $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

1. Résoudre, en échelonnant la matrice augmentée associée, le système suivant
$$A\vec{u} = \vec{b}$$
d'inconnue $\vec{u} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$.
2. Calculer B^{-1} avec $x_1 = 3, x_2 = 4$ et $x_3 = 5$.

Exercice 4. (5 pts) Soit $c \in \mathbb{R}$ et le système suivant d'inconnues x, y, z

$$\begin{cases} x + y + z &= 0 \\ x + 2y + 4z &= 0 \\ x + cy + c^2 z &= c - 1 \end{cases}$$

1. Résoudre ce système en discutant en fonction du paramètre c.
2. Donner les solutions, sous plusieurs formes différentes, du système pour $c = 1$.