Probabilités et Statistique – EI1 ISTIA promotion 2015-2016

Remarques :

1. *Durée de l'épreuve : 1h20*
2. *Aucun document autorisé*
3. *Calculatrice autorisée*

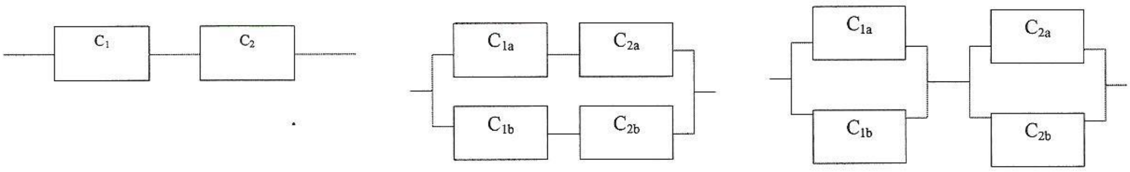
7 p

Sujet n°1 : Un avion a disparu avec une chance égale dans une des trois régions i = 1, 2 ou 3. Lors des recherches effectuées pour le retrouver, la probabilité de ne pas détecter l'avion dans la région i alors qu'il s'y trouve (erreur de détection) est égale à α_i, la probabilité de le détecter dans la région i alors qu'il ne s'y trouve pas (fausse détection) est égale à β_i.

Quelle est la probabilité que l'avion se trouve dans la $1^{ère}$ région sachant que les recherches dans cette région se sont révélées infructueuses ?

10 p

Sujet n°2 : Un circuit particulier dans un système de sécurité d'un avion (voir figure 1.a) ne fonctionne que si les composants C_1 et C_2 ne tombent pas en panne (il suffit qu'un seul soit en panne pour que le circuit ne fonctionne pas). C_1 tombe en panne avec une probabilité p_1 ($0<p_1<1$) et C_2 avec une probabilité p_2 ($0<p_2<1$). Les pannes de C_1 et de C_2 sont indépendantes. (Application numérique : $p_1 = 0.01$ et $p_2 = 0.001$)



a) b) c)

Figure 1

2p

1. *Quelle est la probabilité que le circuit tombe en panne ?*

On réplique le circuit pour assurer une meilleure sécurité selon le schéma présenté dans la figure 1.b (Remarque : les pannes sur les 4 composants interviennent toujours de manière indépendante).

2p

2. *Quelle est la probabilité que le circuit tombe en panne ?*

On améliore ensuite la redondance en câblant les composants comme indiqué dans la figure 1.c (Remarque : les pannes sur les 4 composants interviennent toujours de manière indépendante).

2p
2p
2p

3. *Quelle est la probabilité que le circuit tombe en panne ?*
4. *Sachant que le composant C_{1a} est défaillant, quelle est la probabilité que le circuit dans la figure 1.c soit en panne ?*
5. *Sachant que le circuit dans la figure 1.c est en panne, quelle est la probabilité que le composant C_{2b} soit défaillant ?*

3 p

Sujet n°3 : Démontrez que si A est indépendant de B, alors B ne dépend pas de A.

<u>Feuille de formules</u>

1) $P(A+B) = P(A) + P(B)$ *(si A et B sont incompatibles)*

2) $\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$ *(pour un système complet d'événements A_i)*

3) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

4) $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ *(si A et B ne s'excluent pas mutuellement)*

5) $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$ *(si A, B et C ne s'excluent pas mutuellement)*

6) $P(AB) = P(A) + P(B) - P(A+B)$ *(si A et B ne s'excluent pas mutuellement)*

7) $P(ABC) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A+B) - P(A+C) - P(B+C) + P(A+B+C)$ *(si A, B et C ne s'excluent pas mutuellement)*

8) $P(AB) = P(B|A)P(A) = P(A|B)P(B)$

9) $P(AB) = P(A)P(B)$ *(si A et B sont indépendants)*

10) $P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i)P(A|H_i)$ *(H_1, H_2, …, H_n formant un système complet d'événements incompatibles)*

11) $P(H_i|A) = \frac{P(A|H_i)P(H_i)}{P(A)} = \frac{P(A|H_i)P(H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(A|H_i)P(H_i)}$ *(théorème de Bayes)*