	ISTIA ***EI-1***	**Mécanique du solide**	**CC1** **Sans document,** **Calculette autorisée**

Exercice 1 (20 mn):

Un fil mince et homogène (solide linéique), de longueur l et de masse m, est recourbé en un demi-cercle de rayon r **(Fig. 1)**.

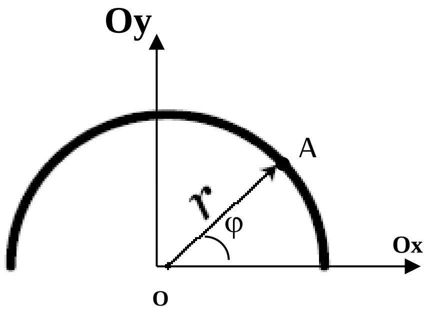

Fig. 1

1) Exprimer la masse linéique λ du fil en fonction de l et m, puis de dl et dm pour un point A du fil.

2) Exprimer dl dans le repère polaire, lié à A -Comment varient r et φ pour décrire l'ensemble des points A constituant le fil ? – En déduire la longueur l du fil en fonction de r.

3) Déterminez les coordonnées (x_G, y_G) de son centre de masse G, en fonction de r.

4) Déterminer le moment d'inertie du solide linéique par rapport à l'axe Oy : I_{Oy} (on donne $\mathbf{\cos(2x) = 2\cos^2 x - 1}$)

Exercice 2 (90 mn):

Un **cylindre fixe** de rayon R, d'axe de révolution Oz est lié à un référentiel galiléen ($\mathcal{R}$) (O, x, y, z).

Une **roue** de rayon b, assimilée à un solide surfacique homogène, de masse m, d'épaisseur négligeable **roule sans glisser** à l'intérieur du **cylindre fixe** (R > b). La position du centre C de la roue à l'instant t est repérée par l'angle θ **(Fig.2).** L'axe de rotation de la roue Cz reste constamment parallèle à l'axe du cylindre Oz et la vitesse instantanée de rotation de la roue dans son référentiel barycentrique ***(R$_C$)*** est : $\vec{\omega} = \omega \overrightarrow{u_z}$.

(NB : $\omega \neq \dot{\theta}$).

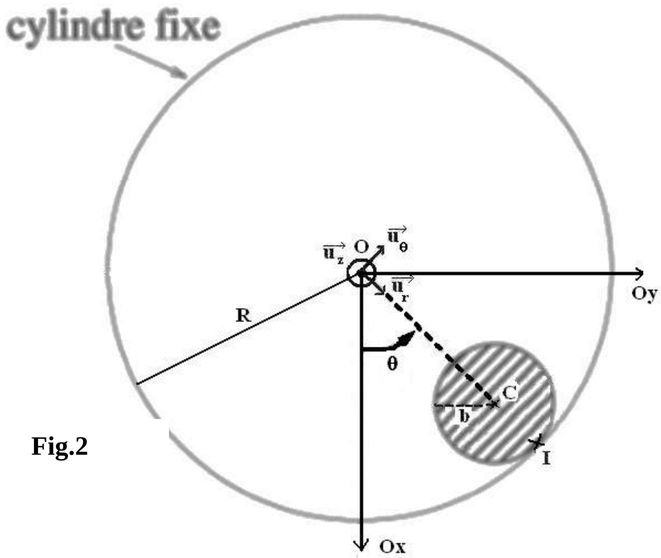

Fig.2

1) Calculer le moment d'inertie J_{Cz} de la roue par rapport à son axe de rotation Cz. Faire un schéma indiquant le repère choisi pour le calcul.

2) Dans le référentiel ($\mathcal{R}$) lié au cylindre fixe, de centre O, expliciter le vecteur vitesse instantanée de C : $\overrightarrow{V_C}$ dans le repère polaire ($\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta}$), en fonction de $\dot{\theta}$, R et b.

3) Grâce à la relation fondamentale de cinématique du solide, exprimer la vitesse $\overrightarrow{V_I}$ du point de contact de la roue avec le cylindre en fonction de $\overrightarrow{V_C}$ et du vecteur instantané de rotation $\vec{\omega} = \omega \overrightarrow{u_z}$ de la roue. Exprimer $\overrightarrow{V_I}$ en fonction de $\dot{\theta}$, R, b et ω.

4) Sachant que la roue **roule sans glisser** dans le cylindre et en utilisant les résultats précédents, expliciter la vitesse instantanée de rotation ω de la roue dans son référentiel barycentrique ***(R$_C$)***, en fonction de $\dot{\theta}$, R et b.

5) Calculer le moment cinétique de la roue dans son référentiel barycentrique $\overrightarrow{L^*_C}$, en fonction de m, $\dot{\theta}$, R et b.

6) Grâce au théorème de Koenig, en déduire le moment cinétique de la roue par rapport au point O : $\overrightarrow{L_O}$, en fonction de m, $\dot{\theta}$, R et b.

7) Grâce au théorème de Koenig, calculer l'énergie cinétique de la roue E_{cin} dans ($\mathcal{R}$), en fonction de m, $\dot{\theta}$, R et b.

8) Quelles sont les forces extérieures appliquées à la roue ? - Appliquer le théorème du moment cinétique en O appliqué à la roue – En déduire l'équation du mouvement de la roue dans le cylindre.

9) En vous plaçant dans le cas des petites oscillations (θ petit), réécrire cette équation, en fonction de $\ddot{\theta}$ et θ. Exprimer alors la pulsation propre ω_0 en fonction de R, b et g.