



Examen de Bureau d'Etude
Sylvain CLOUPET, Sylvain VERRON

Date : 20/01/16

Durée : 3H00

Documents autorisés : OUI

Guidage en rotation d'un pignon arbré

Le thème proposé est le dimensionnement de composants technologiques intervenant dans la réalisation d'un guidage en rotation d'un pignon arbré 3 (Annexe 1). La première partie consiste à déterminer les actions mécaniques appliquées à chacun des composants. Les dimensionnements des roulements et du pignon sont réalisés dans la deuxième partie et la troisième partie.

Chaque partie peut être traitée indépendamment des autres.

1^{er} partie : Détermination des inconnues de liaison au niveau des roulements

Chaque roulement à contact oblique du montage en O est modélisé par une liaison rotule. L'angle de pression de fonctionnement α est de 20° . Les actions extérieures appliquées sur le pignon arbré sont :

- Couple moteur $\vec{C}_m = C_m \vec{x}$ avec $C_m = 50$ Nm
- Charge axiale $\vec{P} = P \vec{x}$ avec $P = 600$ N

1. Calculer le degré d'hyperstatisme du système : le pignon arbré.
2. Donner la forme des torseurs des actions mécaniques des liaisons rotules en A₁ et en A₂. Compte tenu du montage « en O », quels sont les sens des forces axiales des roulements sur l'arbre ?
3. Le pignon arbré 3 engraine une couronne qui n'est pas représentée sur l'annexe 1. L'annexe 2 propose un schéma de principe de cette transmission. Donner la forme du torseur de l'action de contact de la couronne sur le pignon arbré 3 en B en fonction du module F_B de l'action de contact et de l'angle de pression α . De façon non obligatoire

mais afin d'éviter les erreurs de signe, on propose la méthodologie suivante :

- 3.1 Définir le sens de rotation du pignon arbré.
- 3.2 En déduire le sens de rotation de la couronne
- 3.3 Représenter dans un repère l'effort de contact des actions extérieures sur le pignon
- 3.4 En déduire le torseur de l'action de contact en B.
4. A partir du nombre d'équations et du nombre d'inconnues du PFS, donner le degré d'hyperstatisme du système. Est-ce cohérent avec le résultat de la question 1 ? Expliquer.
5. Après avoir ramené au point A2, l'ensemble des torseurs des efforts qui s'appliquent sur l'ensemble « pignon arbré », déterminer les composantes radiales des forces agissant sur les roulements et l'effort de contact F_B . Donner la relation liant les composantes axiales des efforts agissant sur les roulements.

Dans cette partie, et quels que soient les résultats de la première partie, on considérera que les actions mécaniques appliquées aux roulements se décomposent en une composante radiale F_{Ri} et en une composante axiale F_{Ai} , où « i » prendra soit 1 pour le roulement 1 et 2 pour le roulement 2. les valeurs des forces radiales appliquées aux roulements sont :

F_{R1}	665 N	F_{R2}	2439 N
----------	-------	----------	--------

6. On se propose maintenant de déterminer les composantes axiales des actions mécaniques appliquées aux roulements 1 et 2. A l'aide de la méthode détaillée en annexe 3, calculer ces charges axiales.

2ème partie : Calcul de la durée de vie des éléments de guidage

Dans cette partie, et quels que soient les résultats de la première partie, les valeurs des charges radiales et axiales sont :

F_{R1}	665 N	F_{R2}	2439 N
$ F_{A1} $	913 N	$ F_{A2} $	713 N

On souhaite maintenant choisir les roulements pour réaliser le guidage du pignon-arbré 3.

Les données sont les suivantes :

- vitesse de rotation de l'arbre est de 1500 tr/min
 - les diamètres de l'arbre sont :
 - $d_1 = 17$ mm au point A_1
 - $d_2 = 25$ mm au point A_2
 - Les caractéristiques des roulements :
 - $e_1 = 0,29$; $X_1 = 0,4$ et $Y_1 = 2,11$
 - $e_2 = 0,35$; $X_2 = 0,4$ et $Y_2 = 0,71$
1. Calculer les charges équivalentes P_{eq} de la relation pour chaque roulement.

On rappelle la relation de calcul de durée de vie :

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P_{eq}} \right)^k$$

2. En déduire les capacités de charge dynamique minimales pour chaque roulement sachant que les durées de vie souhaitées sont :
 - $L_{10_{R1}} = 5000$ Million de tours pour le roulement 1
 - $L_{10_{R2}} = 21000$ Million de tours pour le roulement 2
3. En tenant compte des caractéristiques géométriques de l'arbre, choisissez les roulements appropriés dans le tableau de l'annexe 4.
A partir de ces nouvelles capacités de charge dynamique, calculer les nouvelles durées de vie des roulements. Convertir ces valeurs en heures.
4. Calculer la fiabilité du montage pour une durée de vie du montage de 25000 heures de fonctionnement. Pour cela, on rappelle la formule suivante :

$$L_X = L_{10} \left(\frac{\log X}{\log 0,9} \right)^{2/3}$$

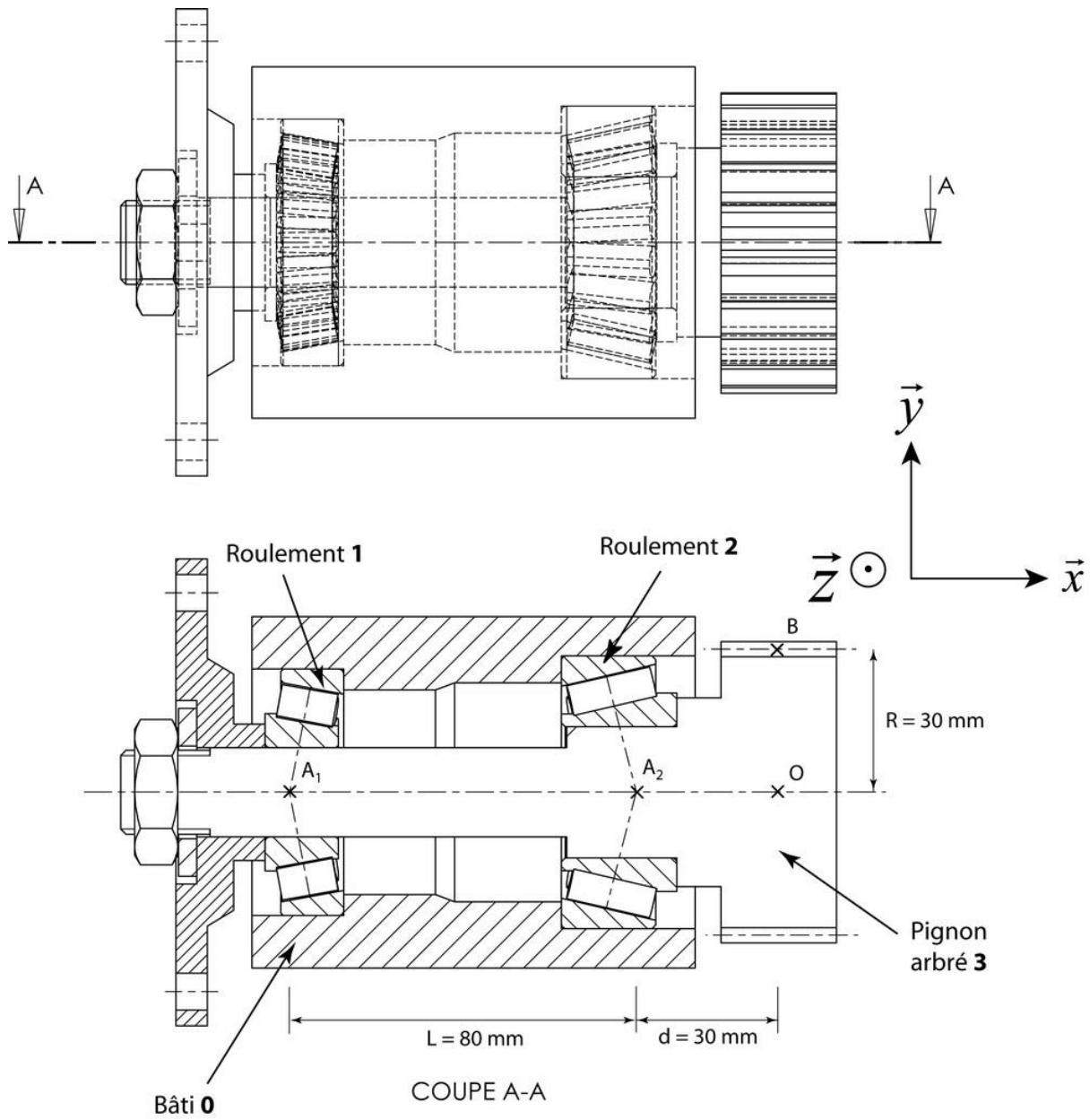
3^{ème} partie : Dimensionnement du pignon

L'objectif de cette partie est de choisir le matériau du pignon pour une durée de vie de 25000 heures. On précise que :

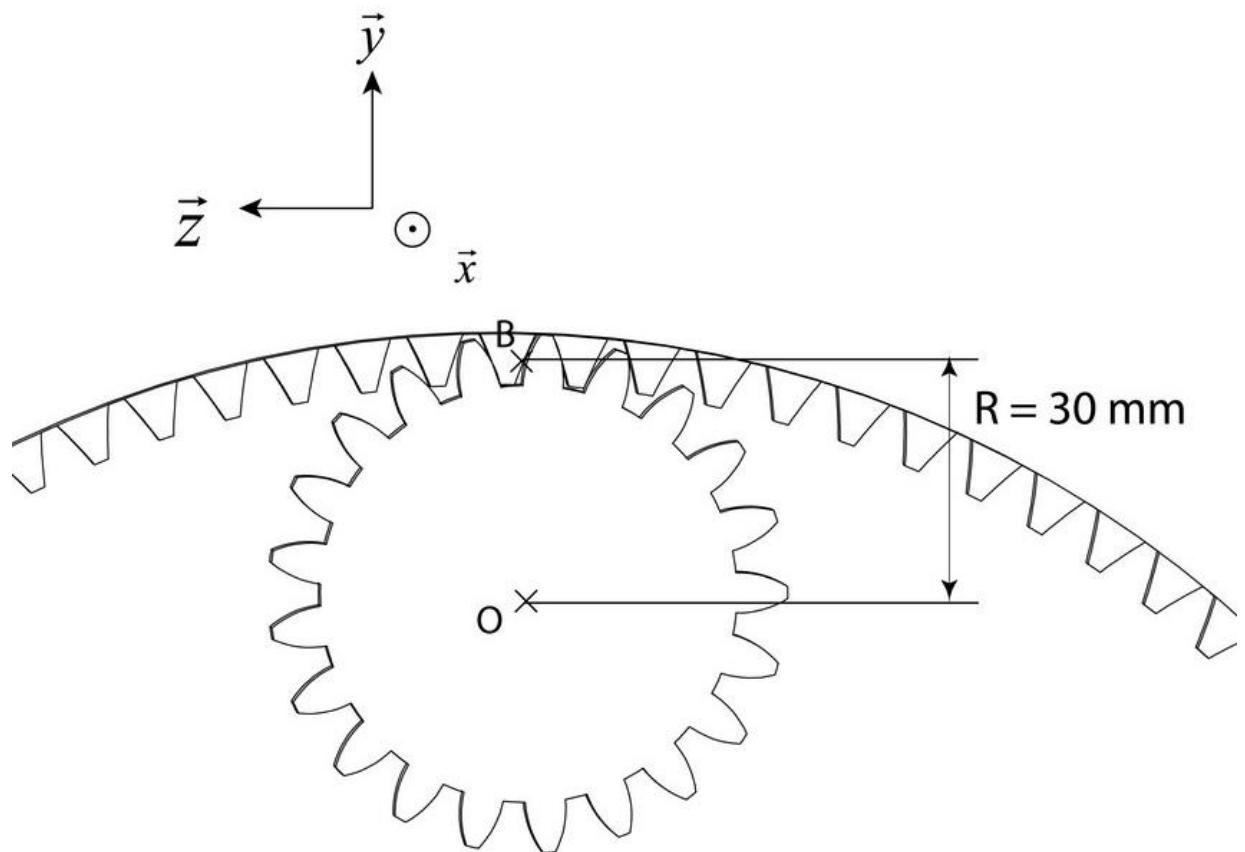
- l'engrenage est « à contact intérieur » de rapport de réduction 4 (soit un rapport de transmission de 0.25)
- le coefficient de déport est nul
- le nombre de dents du pignon est de 24

- le rapport λ géométrique vaut 10
 - la conduite vaut $C = 1,7$
 - la qualité de réalisation est ISO 7
 - le moteur et le récepteur associés à cet engrenage sont de type II
 - le système est sensé fonctionner environ 8 heures par jour
1. Proposer un schéma cinématique du système pignon couronne. Les roulements seront schématisés par des liaisons rotules.
 2. L'entraxe est la distance entre l'axe de rotation du pignon et l'axe de rotation de la couronne. Donner la relation de l'entraxe « a » en fonction du rayon du pignon R_e et du rayon de la couronne R_p .
 3. Calculer le module du pignon. En déduire la valeur de l'entraxe.
 4. A partir du critère de flexion au pied de dent, calculer la valeur minimale de σ_0 .
 5. A partir du critère de la pression superficielle, calculer la valeur minimale de K_0 .
 6. A partir des résultats de la question 4 et 5, proposer un matériau pour la réalisation du pignon arbré.

ANNEXE 1 : Plan d'ensemble du pignon arbré

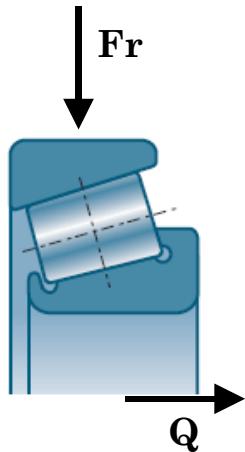


ANNEXE 2 : Transmission Pignon Couronne



ANNEXE 3 : Gestion de l'hyperstatisme pour les roulements à contact oblique

Effort axial induit



Un effort radial Fr sur un roulement à contact oblique implique un effort axial Q induit :

- Rouleaux coniques :

$$Q = \frac{Fr}{2Y} \quad \text{où } Y \text{ est une donnée du roulement.}$$

- Roulement à bille à contact oblique :

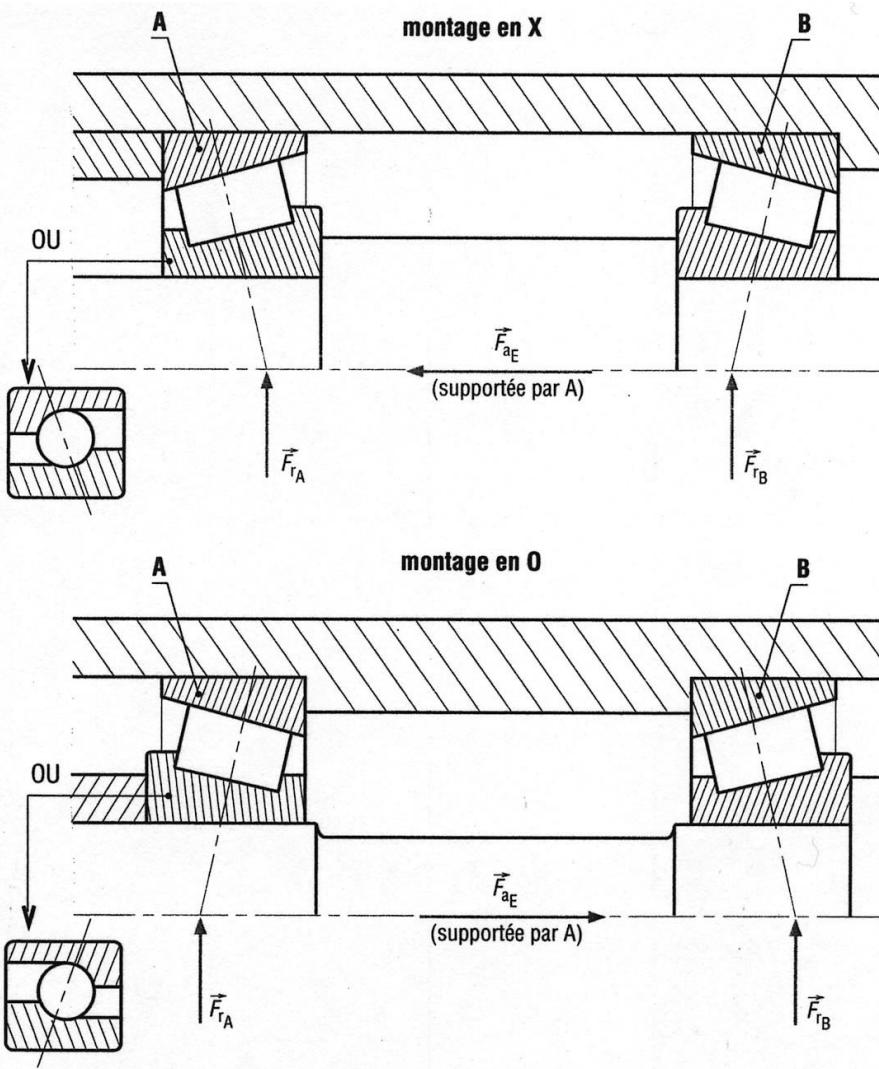
$$Q = \frac{Fr}{1.14}$$

Montage

Les montages en O ou en X implique la modélisation des roulements par des liaisons rotules. On a donc :

$$T_A = \begin{Bmatrix} X_A & | & 0 \\ Y_A & | & 0 \\ Z_A & | & 0 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad T_B = \begin{Bmatrix} X_B & | & 0 \\ Y_B & | & 0 \\ Z_B & | & 0 \end{Bmatrix}$$

Ce système est hyperstatique d'ordre 1. On ne peut pas calculer directement X_A et X_B .



Méthode de calcul ISO

Pour un fonctionnement correct, on doit toujours avoir $X_A \geq Q_A$ de même sens (de même pour B), ainsi que $X_A \geq Q_B$ (de même pour B).

- 1) On pose $X_A = Q_A$, et on calcule X_B .
- 2) Si $X_B \geq Q_B$, alors OK pour ces calculs.
- 3) Sinon, $X_B = Q_B$ et on calcule X_A

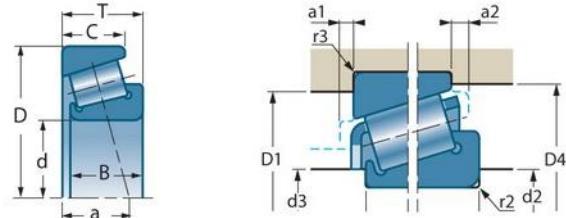
Attention : Les calculs donnés ci-dessus sont uniquement valables pour les montages en X et en O donnés précédemment. Si la charge axiale extérieure F_a est inversée, alors faire les calculs en prenant le roulement A en tant que B, et vice-versa.

ANNEXE 4 : Extrait de catalogue de roulement à rouleaux coniques SNR



Roulements à rouleaux coniques

Roulements à rouleaux coniques (suite)



d		D	B	C	T	a			e	Y	Yo			tr/mn*	tr/mn*
mm	Réf.	mm	mm	mm	mm	mm	10³N	10³N							
15	30202 A	35	11	10,0	11,75	8,40	15,40	13,50	0,32	1,88	1,03	10000	15000		
17	30203 A 32203 A 30303 A	40 40 47	12 16 14	11,0 14,0 12,0	13,25 17,25 15,25	9,75 11,25 10,00	20,80 31,00 29,20	19,00 31,00 26,70	0,35 0,31 0,29	1,74 1,92 2,11	0,96 1,06 1,16	9600 9200 8500	13000 12000 11600		
20	30204 A 30304 A 31304 32304 A	47 52 52 52	14 15 15 21	12,0 13,0 11,0 18,0	15,25 16,25 16,25 22,25	11,25 11,00 17,25 14,45	30,50 35,00 26,00 45,00	31,00 32,50 25,50 45,00	0,35 0,30 0,83 0,30	1,74 2,00 0,72 2,00	0,96 1,10 0,40 1,10	8000 7500 7200 8000	11000 10000 10000 11000		
25	32005 V 30205 A 32205 B 33205 A 30305 A 31305 V 32305 A	47 52 52 52 62 62 62	15 15 18 22 17 17 24	11,5 13,0 15,0 18,0 15,0 13,0 20,0	15,00 16,25 19,25 22,00 18,25 18,25 25,25	11,50 12,75 16,75 14,10 12,90 20,45 16,55	28,50 35,50 41,50 49,00 47,50 39,00 61,00	31,50 39,00 49,00 57,00 44,50 39,50 62,00	0,43 0,37 0,58 0,35 0,30 0,83 0,30	1,39 1,60 1,03 1,71 2,00 0,73 2,00	0,77 0,88 0,57 0,94 1,10 0,40 1,10	7600 7100 7200 7500 6300 6000 6200	10000 10000 9500 10000 8500 8300 8200		
30	32006 C 30206 A 32206 C 33206 A 30306 A 31306 A 32306 A	55 62 62 62 72 72 72	17 16 20 25 19 19 27	13,0 14,0 17,0 19,5 16,0 14,0 23,0	17,00 17,25 21,25 25,00 20,75 20,75 28,75	13,50 13,75 14,75 16,30 15,10 17,90 18,95	38,00 46,00 50,00 67,00 59,50 51,00 83,00	45,00 48,50 55,00 77,00 60,00 53,00 89,00	0,43 0,37 0,37 0,34 0,31 0,83 0,32	1,39 1,60 1,60 1,76 1,90 0,73 1,90	0,77 0,88 0,88 0,97 1,05 0,40 1,05	6400 6000 5800 5800 5400 5000 5600	8000 8500 8100 8000 7500 6300 7500		
35	32007 C 30207 A 32207 C 32207 B 33207 A 30307 A 31307 A 32307 A 32307 B	62 72 72 72 72 80 80 80 80	18 17 23 23 28 21 21 31 31	14,0 15,0 19,0 19,0 22,0 18,0 15,0 25,0 25,0	18,00 18,25 24,25 24,25 28,00 22,75 22,75 32,75 32,75	15,00 15,25 18,25 21,75 18,40 16,00 27,00 20,00 25,25	46,50 58,00 70,00 66,00 88,00 76,00 63,00 105,00 95,00	56,00 62,00 80,00 81,00 104,00 77,00 67,00 116,00 112,00	0,45 0,37 0,37 0,58 0,35 0,31 0,83 0,31 0,55	1,32 1,60 1,60 1,03 1,70 1,90 0,73 1,90 1,10	0,73 0,88 0,88 0,57 0,94 1,05 0,40 1,05 0,60	5600 5100 4900 5200 5300 4700 6400 4900 4600	7900 7200 6900 6900 7100 6600 4700 6600 6300		
40	32008 C 33108 A 30208 A 32208 C 33208 A 30308 A 31308 A	68 75 80 80 80 90 90	19 26 18 23 32 23 23	14,5 20,5 16,0 19,0 25,0 20,0 17,0	19,00 26,00 19,75 24,75 32,00 25,25 25,25	15,00 18,30 17,05 19,75 21,00 19,85 20,65	53,00 83,00 62,00 78,00 107,00 90,00 79,00	65,00 105,00 66,00 88,00 137,00 96,00 86,00	0,38 0,35 0,37 0,37 0,36 0,35 0,83	1,58 1,69 1,60 1,60 1,68 1,74 0,73	0,87 0,93 0,88 0,88 0,92 0,96 0,40	5000 4600 4800 4300 4400 4300 4000	7000 6500 6300 6100 6100 5600 5000		

* Il s'agit de vitesses limites suivant le concept SNR (cf. p. 85 à 87)