Examen « Estimation et Test »
EI2 et EI2PM – promotion 2012-2013
Chargé de cours : M. Teodor TIPLICA
Durée de l'épreuve : 2h00'
Remarque : Aucun document autorisé

---

5 p — i) Une pièce est lancée 10 fois et donne 8 faces. Est-il possible de conclure au niveau de signification de a) 0.05 ; b) 0.01 que la pièce est truquée ? Considérer un test bilatéral et un test unilatéral.

5 p — ii) Enoncer une règle de décision pour tester si une pièce est bien équilibrée (honnête) sachant qu'un échantillon de 64 jets est tiré et que le niveau de signification est : a) 0.05 et b) 0.01.

2 p — iii) Avec la règle de décision énoncée au point i), quelle est la probabilité d'accepter l'hypothèse selon laquelle la pièce est honnête quand la probabilité effective des faces est : a) π = 0.7 ? b)π = 0.4 ?

8 p — iv) On veut toujours tester si une pièce n'est pas truquée (c.à.d π = 0.5) au moyen d'un certain nombre de jets. On impose les restrictions suivantes : a) la probabilité de rejeter l'hypothèse « la pièce n'est pas truquée » alors que celle-ci est correcte ne doit pas excéder 0.05 ; b) la probabilité d'accepter l'hypothèse « la pièce n'est pas truquée », alors que π s'écarte de 0.5 d'une valeur de 0.1 ou plus (soit $\pi \geq 0.6$ ou $\pi \leq 0.4$) doit être au plus de 0.05. Quelle doit être le nombre minimum de lancers et quelle est la règle de décision qui s'en déduit ?

Feuille de formules

1. $p_{c_{1,2}} = \pi_0 \pm z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}$ – limites critiques pour un test bilatéral
2. $p_c = \pi_0 + z_\alpha\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}$ – limite critique pour un test unilatéral à droite
3. $\mathrm{bin}(n,\pi_0) \cong N\left(\pi_0, \sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}\right)$ si et seulement si $\begin{cases} n\pi_0 \geq 5 \\ et \\ n(1-\pi_0) \geq 5 \end{cases}$
4. Si $X \sim \mathrm{bin}(n,\pi_0)$ alors $P(X = x) = C_n^x \pi_0^x (1-\pi_0)^{n-x}$; $E[X] = n\pi_0$; $Var[X] = n\pi_0(1-\pi_0)$