

Les données ci-dessous représentent les poids (en grammes) des boîtes de céréales prélevées d'une ligne de remplissage automatique (le poids des boîtes est normalement distribué). On considère qu'un incident apparaît quand :

- la variance du processus de remplissage augmente ;
- la moyenne du processus de remplissage augmente ou diminue par rapport à une valeur cible (poids nominal d'une boîte) ;

Ech.1	Ech.2	Ech.3	Ech.4	Ech.5	Ech.6	Ech.7	Ech.8	Ech.9	Ech.10
203	203	198	202	198	198	210	199	197	203
201	196	201	199	197	200	209	196	198	201
203	201	198	201	199	204	209	204	198	203

Ech.11	Ech.12	Ech.13	Ech.14	Ech.15	Ech.16	Ech.17	Ech.18	Ech.19	Ech.20
196	201	209	201	202	200	199	204	195	203
200	202	205	203	196	200	202	201	185	197
198	201	210	196	196	200	200	199	200	201

1. Vérifiez si le processus de remplissage était stable (moyenne et variance constantes dans le temps) durant ces prélèvements.
2. Quels sont les estimateurs ponctuels de la moyenne et de la variance du processus dans l'état stable ?
3. Estimez par intervalle de confiance à 90% la moyenne et la variance du processus de remplissage.

## Feuille de formules

Variables de test pour la moyenne :  $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$  ;  $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$  ;  
 $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim Student(\nu = n - 1 \text{ ddl})$

Variable de test pour la variance :  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(\nu = n - 1 \text{ ddl})$

Moyenne de l'échantillon :  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Variance de l'échantillon :  $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$

Estimation par intervalle de confiance de la moyenne :  $\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  ;

$\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$  ;  $\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \frac{s}{\sqrt{n}}$

Estimation par intervalle de confiance de la variance :  $\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}, \nu}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}, \nu}^2}$

## Examen de statistique

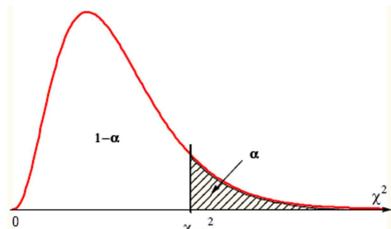
EI.2 – promotion 2011-2012

Chargé de cours : M. Teodor TIPLICA

Durée de l'épreuve : 2h00'

Remarque : Aucun document autorisé

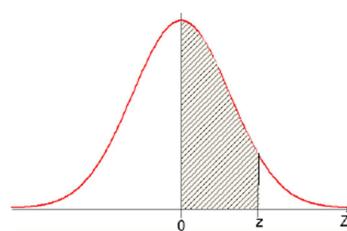
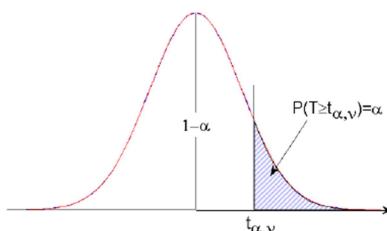
Extrait de la table de la loi de khi-deux



$\nu \backslash \alpha$	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,750	0,500	$\nu \backslash \alpha$	0,250	0,100	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1025	0,2107	0,5753	1,3362	1	1,3233	2,7055	3,8414	5,0236	6,6349	7,8794	10,828
3	0,0717	0,1143	0,2157	0,3518	0,5843	1,2125	2,3659	2	2,7725	4,6051	5,9914	7,3777	9,2103	10,5966	13,816
4	0,2069	0,2971	0,4844	0,7107	1,0636	1,9225	3,3567	3	4,1082	6,2513	7,8147	9,3484	11,3449	12,8381	16,266
30	13,7867	14,9535	16,7908	18,4926	20,5992	24,4776	29,3360	30	34,7998	40,2560	43,7729	46,9792	50,8922	53,6720	59,703
40	20,7065	22,1643	24,4331	26,5093	29,0505	33,6603	39,3354	40	45,6160	51,8050	55,7585	59,3417	63,6907	66,7659	73,402
50	27,9907	29,7067	32,3574	34,7642	37,5688	42,9421	49,3349	50	56,3336	63,1671	67,5048	71,4202	76,1539	79,4900	86,661
60	35,5346	37,4848	40,4817	43,1879	46,4589	52,2938	59,3347	60	66,9814	74,3970	79,0819	83,2976	88,3794	91,9517	99,607

Extrait de la table de la loi de Student

Extrait de la table de la loi Normale centrée et réduite



$v \backslash \alpha$	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005
1	1,0000	3,0777	6,3138	12,7062	31,8207	63,6574
2	0,8165	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248
3	0,7649	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,0409
4	0,7407	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041
5	0,7267	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0322

$z$	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767