UNIVERSITÉ D'ANGERS
ANNÉE 2014-2015
ISTIA EI1 et EI2PM
BASES de L'ANALYSE

Session de rattrapage du 27/8/2015

Documents de cours et TD autorisés, calculatrices interdites.

Exercice I Soit $f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \ln(1 + x^n) + x - 1$, où $n \in \mathbb{N}^*$.

i) Montrer quil existe $c \in [0, 1]$ tel que $f(c) = 0$.

ii) Montrer que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$, en déduire que c est unique.

Exercice II Soient $a, b \in \mathbf{R}$. On définit la fonction $f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{1}{1+x} & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

i) Donner une condition sur b pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

ii) Déterminer a et b tels que f soit dérivable sur $\mathbb{R}$ et dans ce cas calculer f.

Exercice III

i) Donner le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $f(x) = \cos(x).e^x$.

ii) Donner le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $g(x) = e^{\sin(x)}$.

iii) En déduire la limite en 0 de la fonction $h(x) = \dfrac{f(x) - g(x) + x^2/2}{x^3}$.

Exercice IV

i) Calculer une primitive de la fonction $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{1-t}}$.

ii) En déduire la valeur de l'intégrale

$$I = \int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x(x-1)}}$$

(*Indication.* Utiliser le changement de variables $t = \dfrac{1}{x}$ et i)).