ISTIA *EI-1*	**Mécanique du solide**	**CC5** **Sans document** **Calculette autorisée**

Question cours :

Enoncer en **explicitant formules et unités :**

a) Les théorèmes de Koenig relatifs au moment cinétique et à l'énergie cinétique du solide.

b) Les deux théorèmes du PDF pour un solide en donnant leur nom.

c) Le théorème de la variation d'énergie cinétique entre deux instants t_1 et t_2, pour un solide.

d) Les lois de frottement solide (avec un unique coefficient de frottement μ).

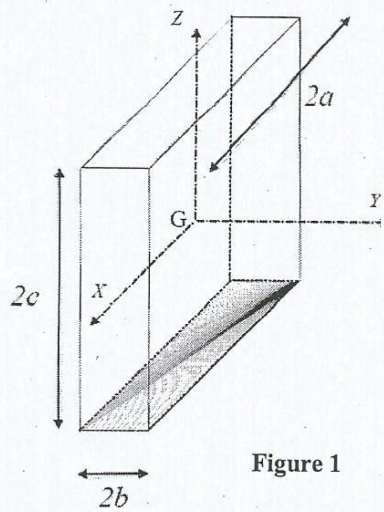

Figure 1

Exercice 1 :

Soit un parallélépipède plein homogène, supposé rectangle et droit, de masse M et de côtés 2a, 2b et 2c. Le centre d'inertie G est au centre de l'objet et les axes Gx, Gy et Gz sont perpendiculaires aux faces **(Fig. 1).**

Exprimer le moment d'inertie du parallélépipède par rapport à son centre d'inertie G, noté I_G ainsi que par rapport à chacun des plans xGy, xGz et yGz, notés I_{xGy}, I_{xGz}, et I_{yGz}.

Exercice 2 :

Un cylindre creux homogène (masse M, rayon a, longueur L, masse surfacique σ) de révolution tourne autour de son axe Gy, grâce à un moteur extérieur de **couple Γ constant**, tel que $\vec{\Gamma} = -\Gamma\vec{j}$.

A l'instant $t_0 = 0$, on pose le cylindre sur une cornière à l'intersection de deux surfaces planes xOy et yOz **(Fig. 2).** Le **coefficient de frottement solide** du cylindre sur ces deux surfaces est **μ.** On notera N et T, les composantes des réactions des surfaces planes sur le cylindre. A l'instant t, la vitesse angulaire du cylindre est alors notée : $\vec{\omega_t} = -\dot{\theta}_t\vec{j}$ et son accélération angulaire : $\vec{\alpha_t} = \ddot{\theta}_t\vec{j}$.

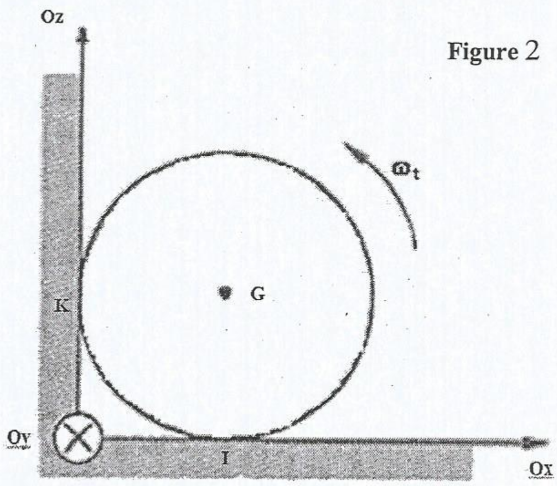

Figure 2

1) Représenter sur un schéma, les composantes de la réaction $\overrightarrow{R_I}$ du plan horizontal xOy et celles de la réaction $\overrightarrow{R_K}$ du mur vertical yOz sur le cylindre. **En se plaçant à la limite de l'adhérence** pour les frottements, déterminer les composantes de la réaction $\overrightarrow{R_I}$ (**N_I** et **T_I**) du plan horizontal xOy et celles de la réaction $\overrightarrow{R_K}$ (**N_K** et **T_K**) du mur vertical yOz sur le cylindre en fonction de **M, g et μ - AN.**
2) En définissant un repère convenable que vous représenterez sur une figure, déterminer le moment d'inertie du cylindre creux I_{Gy} par rapport à son axe de révolution Gy, en fonction de sa masse M et de son rayon a – **AN.**
3) Ecrire le théorème du moment cinétique pour le cylindre par rapport à son axe de rotation Gy.
4) En déduire $\ddot{\theta}_t$ en fonction de **Γ, M g, a et μ** - Est-elle constante ? – **AN** - Quelle est son signe ? – Caractériser alors le mouvement du cylindre à partir de l'instant $t_0 = 0$, où on le pose à l'intersection des deux surfaces planes.
5) Exprimer $\dot{\theta}_t$ et le temps t mis pour que la rotation cesse.

Données :

Masse **M = 1 kg** **g = 9.81 m.s^{-2}**
Rayon a = 10 cm
Coefficient de frottement μ = 0.8
Couple moteur Γ = 0.7 N.m **Vitesse angulaire à t_0 = 0** **ω_0 = 30 rad.s^{-1}**