ISTIA *EI-1 et Pass'Med*	**Mécanique du point**	**CC3** ***2h*** ***sans document***

Exercice 1 :

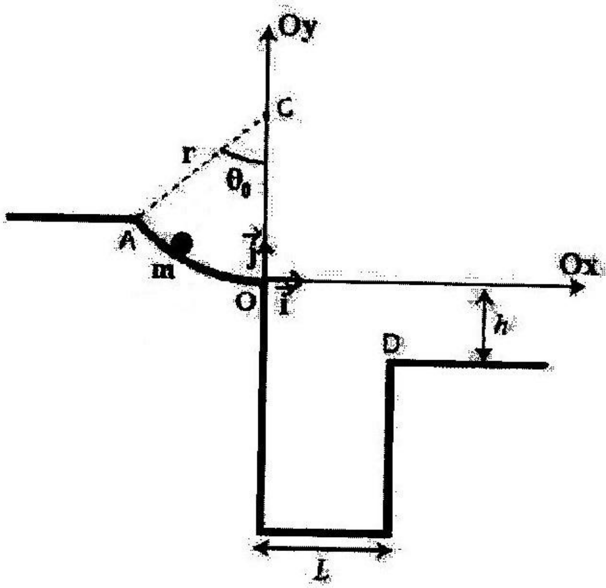
Une point matériel M (masse m) est lancée d'un point O avec une vitesse initiale $\overrightarrow{V_0}$ orientée suivant une ligne de plus grande pente d'un plan incliné ascendant faisant un angle α par rapport à l'horizontale. On considérera le référentiel galiléen orthonormé R (O, $\vec{i},\vec{j}$) tel que l'axe Ox soit l'axe de plus grande pente (orienté vers le haut) et l'axe Oy orienté vers haut. M est soumis à une force de frottement solide $\vec{T}$, associée au coefficient de frottement μ.

1) Faire un schéma représentant M montant la pente, à un instant t, juste après le lancement (t_0 = 0 en O) ainsi que les forces qui lui sont appliquées, son accélération $\overrightarrow{a_t}$, son vecteur vitesse $\overrightarrow{V_t}$, son déplacement élémentaire $\overrightarrow{dl}$.
2) Projeter le PFD au même instant t, dans R et donner les composantes de son accélération $\overrightarrow{a_t}$ en fonction de g, μ et α. Caractériser le mouvement de M à cet instant, s'agit-il d'une accélération ou d'une décélération ?
3) Donner les composantes de $\overrightarrow{V_t}$, au même instant t. En déduire l'expression du temps t_A pour lequel, le point M va s'arrêter (en A) en fonction de V_0, g, μ et α.
4) Donner la condition sur l'inclinaison de la pente (angle α) en fonction du coefficient de frottement μ, pour que le point M ne stationne pas en A mais redescende la pente à partir de A.
5) Cette condition sur α étant supposée vérifiée, expliciter la distance d (aller-retour) parcourue, par la masse M, depuis son point de départ O jusqu'à ce qu'elle repasse par O, en fonction de V_0, g, μ et α.

Exercice 2:

Un skieur fait du hors-piste et se retrouve sur un passage glacé en forme d'arc de cercle (AO, d'angle θ_0) de rayon r et de centre C et aboutissant sur un fossé de largeur L. Le point O se trouve à une hauteur h par rapport à l'autre bord D du fossé. Le skieur estimant qu'il aura assez d'élan en O pour passer le fossé, part du point A sans vitesse initiale (V_A=0).

On considérera le référentiel orthonormé R=(O, $\vec{i},\vec{j}$), considéré galiléen et le skieur est assimilé à un point matériel M de masse m. On supposera que les frottements sont toujours négligeables.



I. Descente sur l'arc AO :

1) Faire un bilan des forces appliquées à M.
2) Justifier que l'énergie mécanique est constante.
3) Par des considérations énergétiques, donner l'expression de la vitesse en O, notée V_0 en fonction de g, r, θ_0 et donner les composantes du vecteur $\overrightarrow{V_0}$ dans le référentiel R.

II. Chute libre après O :

1) Donner les composantes de son accélération $\overrightarrow{a_t}$ dans le référentiel R, pendant la chute libre du skieur après O.
2) En déduire les composantes de la vitesse $\overrightarrow{V_t}$ et du vecteur position $\overrightarrow{OM_t}$ du skieur dans R.
3) Déterminer la trajectoire du skieur y = f(x).
4) En déduire la condition sur V_0 pour que le skieur retombe de l'autre côté du fossé (en D ou au-delà), en fonction de g, h et L.
5) Cette condition sur V_0 étant supposée vérifiée, le skieur retombe en M_1. Expliciter les composantes du vecteur position du skieur $\overrightarrow{OM_1}$ et celles de sa vitesse $\overrightarrow{V_1}$, en ce point, dans R.

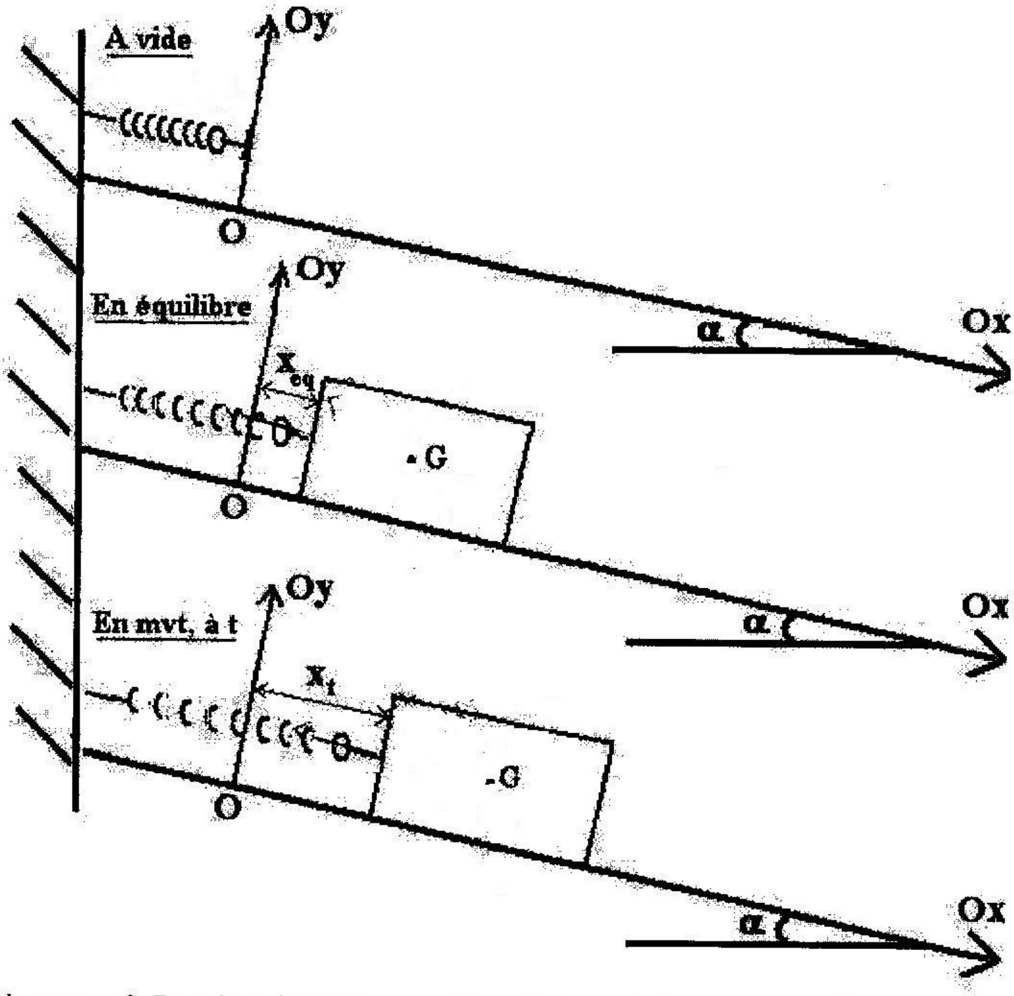
III. Arrêt au-delà de D :

Au-delà de D, le passage est horizontal et la neige est poudreuse, il s'ensuit que le skieur qui part de M_1 avec une vitesse de norme V_1 subit une force de frottement solide $\vec{T}$ associée au coefficient de frottement cinétique μ_c.

1) Faire un bilan des forces appliquées à M.
2) L'énergie mécanique du skieur est-elle conservée ? Justifier votre réponse.
3) Donner l'expression de l'abscisse x_2, du point M_2 où le skieur s'arrêtera en fonction de x_1, μ_c, g et V_1.

Exercice 3 :

On considère un parallélépipède M de masse m, sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. En haut de la pente, M est attaché à l'extrémité d'un ressort de raideur k, de longueur à vide l_o. Le ressort est fixé à un mur par son autre extrémité. A l'équilibre, M est immobile et l'allongement du ressort est x_{eq}.
A l'instant initial (t_0=0) du mouvement, on écarte M de sa position d'équilibre puis on lâche le parallélépipède sans vitesse initiale. On considérera que le parallélépipède glisse sans frottement sur le plan incliné. Le référentiel orthonormé R (O, $\vec{i},\vec{j}$) est considéré galiléen.



1) Sur le schéma, représenter les forces appliquées à M, à l'équilibre puis en mouvement à t.
2) Appliquer le PFD à l'équilibre du parallélépipède, en déduire une expression de l'allongement à l'équilibre x_{eq} en fonction de k, m, g et α.
Les autres paramètres étant constants, comment varie x_{eq} avec la pente α ?. De même, les autres paramètres étant constants, comment varie x_{eq} avec la raideur du ressort k ?
3) Etablir l'équation différentielle du mouvement de M, à un instant t ($t > t_0$), après qu'on l'ait écarté de sa position d'équilibre (allongement initial du ressort x_0 > xeq) puis lâché sans vitesse initiale.
4) Résolution de l'équation différentielle du mouvement obtenue en **3)** :
   a) Donner l'expression d'une solution de l'équation différentielle sans second membre (=0), en explicitant l'oscillation propre de l'oscillateur ω_0 en fonction de k et m.
   b) Ecrire une solution générale de l'équation différentielle en additionnant une constante notée C à l'expression de la solution de l'équation différentielle sans second membre (du **a)**).
   c) Appliquer les conditions initiales à cette solution générale : donner une relation entre x_0 et C
   d) Appliquer l'équation différentielle du mouvement (obtenue en **3)** pour justifier que la constante C = x_{eq}
   e) Donner la solution de l'équation du mouvement x_t en fonction de x_0, ω_0 et x_{eq}