ISTIA EI1 EI2- Pass'Med	MECANIQUE DU POINT	CC2 2h sans document, ni calculatrice

Exercice 1 :

Dans un référentiel R (0, x, y, z) orthonormé, on considère le mouvement d'une particule P caractérisé par les équations cartésiennes paramétriques suivantes :

$$\overrightarrow{OP}\begin{pmatrix} x = a[\omega t - \sin(\omega t)] \\ y = a[1-\cos(\omega t)] \\ z = 0 \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \qquad \textbf{a et } \boldsymbol{\omega} \textbf{ constantes positives}$$

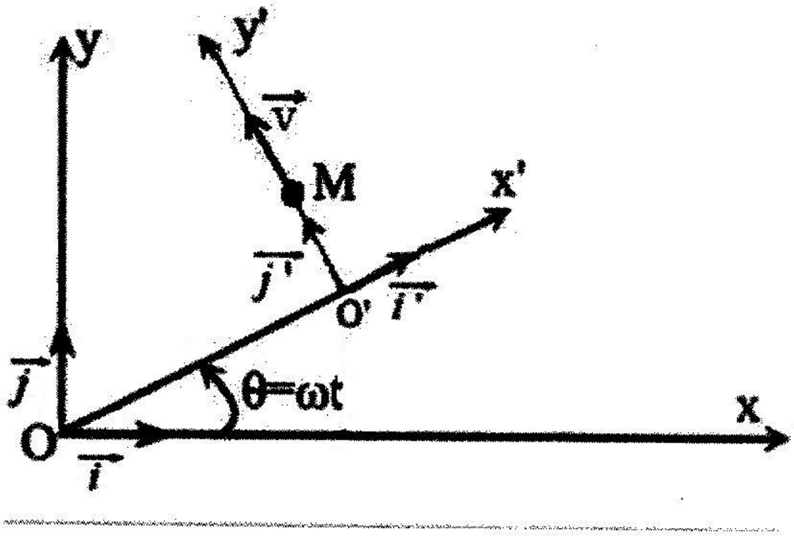
1) Déterminer les composantes cartésiennes de la vitesse $\overrightarrow{V_P}$ de la particule dans le référentiel R ainsi que sa norme.
2) Déterminer les composantes cartésiennes de l'accélération $\overrightarrow{a_P}$ de la particule dans le référentiel R ainsi que sa norme.
3) Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération dans le repère de Frênet lié à P et montrer que le rayon de courbure R de la trajectoire de P, est égal à $R = \frac{2\|\overrightarrow{V_P}\|}{\omega}$ à tout instant.

Exercice 2 :

Dans le référentiel lié au repère relatif orthonormé R'= $(O', \vec{i'}, \vec{j'}, \vec{k'})$, le point M est animé, d'un mouvement uniforme de vitesse $\vec{V} = V\vec{j'}$ et de direction O'y'. La distance OO'=a est constante. A $t_0 = 0$, le point M est en O'.

L'axe (O'x') tourne à la vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$ constante autour de l'axe Oz du référentiel orthonormé R= $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, supposé fixe.

1) Donner les composantes des vecteurs $\vec{i'}$ et $\vec{j'}$ dans le référentiel R absolu.
2) En vous servant d'une relation de Chasles, expliciter le vecteur position de M dans R ainsi que sa norme.
3) Exprimer alors directement la vitesse absolue de M dans R.
4) Vérifier le théorème de composition des vitesses et calculer la norme de la vitesse absolue de M.
5) Expliciter directement l'accélération absolue de M dans R.
6) Vérifier le théorème de composition des accélérations et calculer la norme de l'accélération absolue de M.



Exercice 3 :

Dans un référentiel R fixe $(O, \vec{i}, \vec{j})$, un point M est animé d'un mouvement de translation uniformément accéléré (MTUV) selon l'axe Ox. Son accélération est notée a. Démontrer que pour deux instants t_1 et t_2 ($t_1 \neq t_2$), le point M vérifie :

$$2a(x_{t_2} - x_{t_1}) = V_{t_2}^2 - V_{t_1}^2$$