ISTIA *EI-1-Pass'Med*	**Mécanique du point**	**CC2** **2 h – sans document ni calculette**

Question cours : Théorème de composition des accélérations (15 mn)

Enoncez le théorème de composition des accélérations d'un point matériel M en mouvement dans un repère absolu $(R, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$ (coordonnées de M : x, y, z) et dans un repère mobile $(R', \overrightarrow{u'_x}, \overrightarrow{u'_y}, \overrightarrow{u'_z})$ (coordonnées de M : x', y', z'), en détaillant chaque terme.

Exercice 1 : (55 mn)

La particule M décrit une trajectoire (Γ) dans le plan xOy. Ses coordonnées paramétriques sont : $\mathbf{x = 2t}$ et $\mathbf{y = 4t^2 - 4t}$.

1) Déterminer l'équation de la trajectoire (Γ) de M. Caractériser (Γ).
2) Déterminer les composantes du vecteur vitesse de M à l'instant t : $\overrightarrow{V_{M(t)}}$ et sa norme.
3) Représenter la trajectoire de M sur l'intervalle de temps $t \in [0,2]$ ainsi que les vecteurs vitesse : $\overrightarrow{V_{M(t)}}$ pour les temps **t = 0 ; 0.5 ; 1 ; 2 s sur la feuille de papier millimétrée.**
4) Définir le repère de Frénet $(\vec{T}, \vec{N})$ lié à M à l'instant t. Déterminer les composantes de $\vec{T}$ en fonction de t. En vous servant des produits scalaire $\vec{T}.\vec{N}$ et vectoriel $\vec{T} \wedge \vec{N}$, déterminer les composantes de $\vec{N}$. Représenter les 2 vecteurs du repère de Frénet en chaque point $M_{(t)}$ pour **t = 0 ; 0.5 ; 1 ; 2 s sur la feuille de papier millimétrée.**
5) Montrer que le mouvement de M a une accélération constante $\overrightarrow{a_M}$ dont on déterminera les composantes tangentielle a_T et normale a_N en fonction de t (Vous noterez R le rayon de courbure à t, sans le calculer). Représenter le vecteur $\overrightarrow{a_M}$ ainsi que ses composantes a_T et a_N, en chaque point $M_{(t)}$ pour **t = 0 ; 0.5 ; 1 ; 2 s sur la feuille de papier millimétrée.**
6) On considère maintenant le repère polaire $(\overrightarrow{u_\rho}, \overrightarrow{u_\varphi})$ lié au point M, à l'instant t :
   a) Déterminer les coordonnées polaires $\rho_{(t)}$ et $\phi_{(t)}$ en fonction de t.
   b) Déterminer les composantes des vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_\rho}$ et $\overrightarrow{u_\varphi}$ en fonction de t.
   c) Représenter au point **M à t = 1 s, ses coordonnées polaires $\rho_{(1)}$ et $\phi_{(1)}$ ainsi que les vecteurs unitaires $\overrightarrow{u_\rho}$ et $\overrightarrow{u_\varphi}$.**

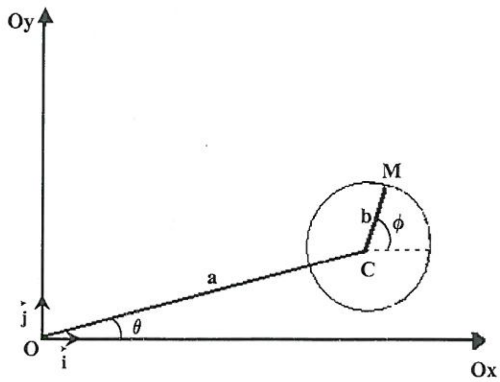
Exercice 2 : (40 mn)

Un manège est constitué d'un plateau tournant à la vitesse angulaire Ω constante autour d'un axe vertical Oz passant par O. Sur ce plateau, une nacelle tourne à la vitesse angulaire $\omega = 2\Omega$ autour d'un axe vertical Cz passant par son centre C, situé à la distance **a** du point O.

On considère le mouvement d'un point M à la périphérie de la nacelle, situé à la distance $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{a}}{4}$ de C.

Soit le repère absolu orthonormé direct R_O $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, soit le référentiel barycentrique, noté R_C, lié au centre C de la nacelle, àl'instant t_0=0, les points O, $C_{(0)}$ et $M_{(0)}$ sont alignés sur l'axe Ox.

On pose à t : $\theta = \Omega t = \text{angle}(\vec{i}, \overrightarrow{OC})$ et $\varphi = \omega t = 2\Omega t = 2\theta = \text{angle}(\vec{i}, \overrightarrow{CM})$.



1) Exprimer les composantes du vecteur vitesse relative $\overrightarrow{V_r}$ de M dans le repère R_C ainsi que sa norme.
2) Caractériser le mouvement d'entraînement de R_C dans R_O. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse d'entraînement $\overrightarrow{V_e}$ dans le repère R_0 ainsi que sa norme.
3) En déduire les composantes du vecteur vitesse absolue $\overrightarrow{V_a}$ de M dans le repère R_O ainsi que sa norme.
4) Exprimer les composantes du vecteur accélération relative $\overrightarrow{a_r}$ de M dans le repère R_C ainsi que sa norme.
5) Définir le référentiel barycentrique R_C, lié au centre C de la nacelle – En considérant ce référentiel comme relatif pour le mouvement de M, que peut-on déduire sur l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_C}$?