

Mathématiques pour la théorie du signal  
Contrôle continu du vendredi 10 octobre  
Durée 1h20

*Les calculatrices sont interdites. Le polycopié est autorisé.*

**Exercice 1.** On considère la fraction rationnelle

$$F(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}$$

- (1) Déterminer la décomposition en éléments simples de  $F(x)$ .
- (2) Déterminer une primitive de  $F$ .
- (3) Calculer  $\int_3^{+\infty} F(x) dx$ .
- (4) Déterminer la fonction  $f$  telle que  $\mathcal{L}[f(x)](p) = F(p)$ .

**Exercice 2.** (1) Factoriser le polynôme  $x^3 + 1$  en produits d'éléments irréductibles sur  $\mathbb{R}$  (on pourra remarquer que  $-1$  est racine de ce polynôme).

- (2) Déterminer la décomposition en éléments simples de

$$F(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$$

- (3) Déterminer une primitive de  $F$ .

**Exercice 3.** Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x(1-x) & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ (x-1)(x-2) & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ x-2 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$$

- (1) Tracer le graphe de  $f$ .
- (2) Exprimer  $f$  à l'aide de la fonction échelon  $\mathcal{U}$ .
- (3) Calculer la transformation de Laplace de  $f$ .