ISTIA *EI-1-Pass'Med*		**Mécanique du point**	***CC1*** **1h20 – sans document ni calculette**

Question cours : Repère sphérique (5 points)

1) Représenter un point M en coordonnées sphériques et représenter le repère sphérique lié au point M.

2) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{\mathbf{OM}}$ dans ce repère et sa norme. Exprimer chaque coordonnée cartésienne de M à l'aide de ses coordonnées sphériques.

3) Exprimer le déplacement élémentaire $\overrightarrow{\mathbf{dl}}$ de M dans le repère sphérique ainsi que sa norme. En déduire les composantes de la vitesse instantanée $\overrightarrow{\mathbf{v_M}}$ dans ce repère ainsi que sa norme.

4) Dans le cas où la norme de $\overrightarrow{\mathbf{v_M}}$ est constante à tout instant et à l'instant origine $t_0=0$, $s_{(t0=0)} = 0$, expliciter l'abscisse curviligne du point M à l'instant t : s(t).

Exercice 1 : (7 points)

Dans l'espace rapporté à un repère cartésien orthonormé $(\mathbf{O},\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$, les points A, B et C ont pour coordonnées respectives (2,0,4) (1,3,5) et (0,1,2). Soit M (x,y,z) un point de l'espace.

1) Ecrire les composantes des deux vecteurs directeurs unitaires $\vec{\mathbf{u}}$ et $\vec{\mathbf{v}}$, des vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$, respectivement, dans le repère $(\mathbf{O},\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$.

2) Déterminer l'écart angulaire α entre les deux vecteurs $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{AC}}$.

3) Expliciter $\overrightarrow{\mathbf{MA}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{MB}}$ et déterminer ses composantes dans le repère $(\mathbf{O},\vec{\mathbf{i}},\vec{\mathbf{j}},\vec{\mathbf{k}})$.

4) Déterminez les coordonnées du point M_o tel que $\overrightarrow{\mathbf{M_0A}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{M_0B}} = \overrightarrow{\mathbf{M_0C}}$

Exercice 2 : (8 points)

Un point M est astreint à se déplacer dans un plan, le long d'une trajectoire (Γ) dont l'équation dans le repère polaire $(\overrightarrow{\mathbf{u_\rho}},\overrightarrow{\mathbf{u_\varphi}})$ lié à M est :

$$\boldsymbol{\rho = f(\varphi) = a\cos\varphi + b\sin\varphi} \qquad \text{avec} \qquad \textbf{a et b constantes}$$

$$\text{et} \qquad \boldsymbol{\varphi = \omega t + \varphi_0} \qquad \boldsymbol{\omega} \textbf{ et } \boldsymbol{\varphi_0} \textbf{ constantes}$$

1) Donner les composantes du vecteur position de M dans le repère polaire ainsi que sa norme.

2) Exprimer $\dot{\rho} = \dfrac{\mathbf{d\rho}}{\mathbf{dt}}$ et $\dot{\varphi} = \dfrac{\mathbf{d\varphi}}{\mathbf{dt}}$. En déduire les expressions de $\mathbf{d\rho}$ et de $\mathbf{d\varphi}$ en fonction de ω et de dt.

3) Donner les composantes du vecteur déplacement de M, noté $\overrightarrow{\mathbf{dl}}$ dans le repère polaire, en fonction de a, b, ω et dt. En déduire l'abscisse curviligne élémentaire ds en fonction de a, b, ω et dt.

4) Déterminer les composantes polaires du vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V_M}}$ ainsi que sa norme en fonction de a, b et ω.

5) En déduire l'équation horaire de l'abscisse curviligne s(t) lorsque $s_{(t0 = 0)} = 0$?

6) Exprimer l'angle α que fait le vecteur vitesse $\overrightarrow{\mathbf{V_M}}$ avec le vecteur position de M, en fonction de a, b et ω.