université angers	CC-EI-1 DUREE : 2H	Vendredi 27/02/2015 EM	Bouchta SAHRAOUI EM-EI-1

Questions de cours

1) Donner l'expression de l'énergie potentielle électrostatique d'une particule chargée q au potentiel Vo et celle de l'énergie électrostatique d'un système de charges ponctuelles (q_i).

2) Ecrire les deux relations locales liant le champ et le potentiel électrostatique à la densité volumique de charge.

3) Ecrire les relations de passage pour le champ et le potentiel électrostatique à la traversée d'une surface plane portant une densité surfacique de charge σ.

4) Déterminer, en utilisant le théorème de Gauss, le champ créé en tout point de l'espace par une sphère de centre 0, de rayon R, portant une densité surfacique de charge uniforme σ. Vous veillerez à détailler les propriétés de symétrie utilisées.

5) Montrer que la divergence du champ vectoriel sphérique $\vec{A}(\vec{r}) = a(r)\frac{\vec{r}}{r}$ est égal à $2\frac{a(r)}{r} + \frac{da}{dr}$

Exercice I : Couronnes circulaires chargées dans le vide

On appelle couronne circulaire la surface comprise entre deux cercles coplanaires et concentriques de rayons respectifs a et b et d'épaisseur négligeable.

A. Soit un couronne circulaire (D) de centre O et d'axe Oz (unitaire $\overrightarrow{u_z}$) uniformément chargée avec une densité surfacique (+σ) (Figure 1). On cherche à déterminer le champ électrostatique $\hat{E}_l$ et le potentiel V; en tout point M de l'axe Oz tel que M (O,O,z) .

1) Représenter sur un schéma la surface élémentaire et l'ensemble des paramètres que vous allez utiliser pour le calcul.

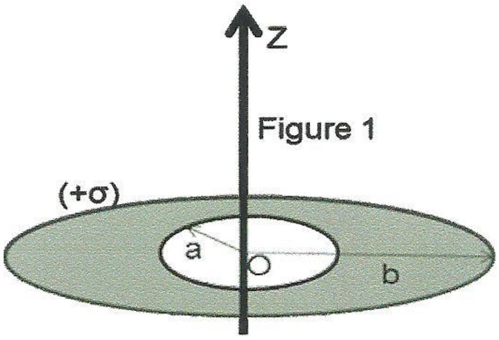
2) Calculer le champ $\vec{E}_1$ et le potentiel V; créés par (D) en un point M de l'axe Oz en fonction de σ, ε_0, a, b, z et $\overrightarrow{u_z}$.

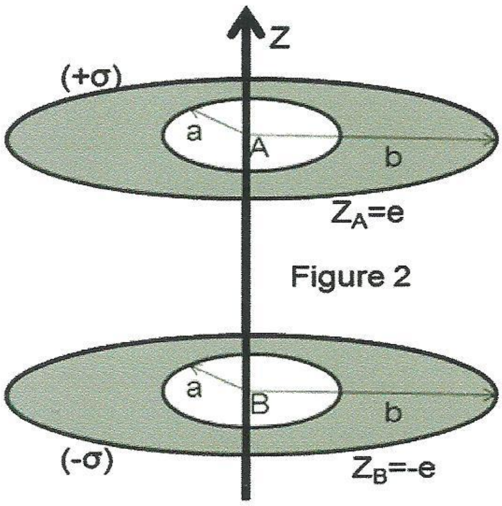
3) Déterminer $\vec{E}_1$ et V; pour Z = 0. Discuter les résultats obtenus par rapport à ceux que l'on obtiendrait pour un disque plein.

B. Une couronne circulaire (D_A) de même géométrie que .la couronne (D) étudiée précédemment, d'axe Oz et de centre A tel que $\overrightarrow{OA} = Z_A = e > 0$, porte une densité surfacique de charges uniforme $\sigma > O$. Une seconde couronne (D_B) identique à (D) d'axe Oz et de centre B tel que $\overrightarrow{OB} = Z_B = -e$, porte une densité surfacique de charges uniforme($-\sigma$) (Figure 2).

1) Déterminer le champ $\vec{E}$ et le potentiel V créés par les deux disques chargés au point O.

2) a) Calculer le potentiel V en tout point M de l'axe Oz tel que OM = z > e en utilisant les résultats de la question A. En particulier, expliquer comment il convient de les adapter.



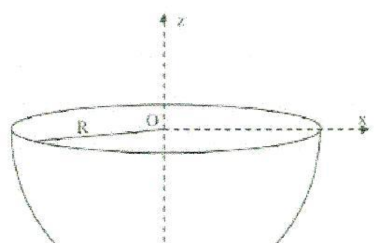


<u>Exercice II : Champ électrostatique créé par une distribution surfacique de charges en forme de demi-coquille</u>

On considère une distribution de charges en forme de demi-coquille sphérique très mince, de rayon R, de centre de courbure 0, de grand axe de révolution Oz, de sommet S de côte -R. On appellera σ la densité surfacique de charges qui est uniforme (σ>O).

1) Déterminez par calcul direct le potentiel absolu créé au point O par cette distribution de charges.

2) Déterminez par calcul direct le champ électrique E créé au point O par cette distribution de charges, en ayant préalablement justifié sans calcul sa direction.



On rappelle que $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

Exercice III : EXERCICE D'APPLICATION DU THÉORÈME DE GAUSS

Soit un manchon cylindrique infini, d'axe Oz, de rayons R_1 et $R_2 > R_1$ contenant une distribution volumique de charge non uniforme $\rho(r) = \rho_o R/r$ pour $R_1 < r < R_2$ avec r la distance à l'axe du r cylindre.

1. a) Déterminer le champ électrostatique $E(r = 0)$ en un point de l'axe Oz.

b) Quelle est la direction de E(M) en un point M quelconque de l'espace?

c) Comment est modifié ce résultat s'il existe de plus une densité surfacique de charge uniforme σ sur le cylindre $r = R_2$?

2. On considère un cylindre d'axe Oz, de hauteur h, de rayon a.

En ne prenant en compte que la distribution volumique de charge $\boldsymbol{\rho(r)}$ (pas de charges en surface), calculer la quantité de charge contenue dans ce cylindre dans les deux cas

a) $a > R_2$

b) $R_1 < a < R_2$.

3. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ E(M) créé en tout point M de l'espace par la seule densité volumique de charge $\rho(r)$ en fonction de $\mathbf{R}$, $\mathbf{R_1}$, $\mathbf{R_2}$ **et** $\boldsymbol{\rho_o}$.

4. Dans le cas où le cylindre $\mathbf{r = R_2}$ porte en plus la densité surfacique de charge uniforme σ, déterminer σ pour que le champ électrostatique créé par la distribution totale de charges soit nul à l'extérieur du cylindre.

Exercice IV

Une charge totale de 40 nC est distribuée uniformément sous la forme d'un disque de rayon 2m. Déterminer le potentiel créé par cette charge en un point de l'axe situé à 2m. (On prendra le système de coordonnées cylindriques)

Exercice V

Deux surfaces cylindriques métalliques infinies et coaxiales de rayon $\mathbf{r_1}$ et $\mathbf{r_2}$ porte respectivement une charge **+Q** et **-Q** par unité de longueur. Ce condensateur est rempli avec un diélectrique de permittivité relative $\boldsymbol{\varepsilon_r}$.

- Faire un schéma
- Calculer la capacité **C** par unité de longueur de ce condensateur.

rappel: $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ [F/m] et $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.10^9$ $[m/F]$