



**ISTIA**  
Ecole d'Ingénieurs de l'Université d'Angers  
Année : EI2



**Contrôle continu de  
Dimensionnement de Systèmes Mécaniques  
Sylvain CLOUPET, Sylvain VERRON**

Date : 09/01/15

Durée : 2H50

Documents autorisés : Cours

## Etude du coupe-haies HEL 600



Caractéristiques :

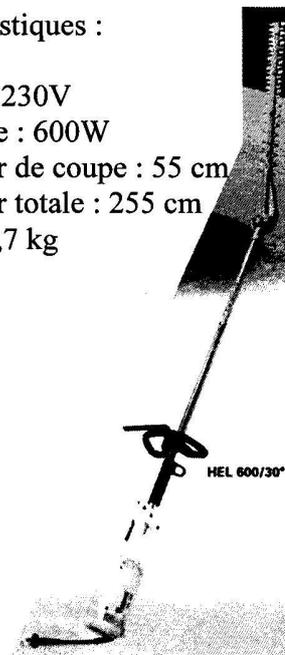
Moteur : 230V

Puissance : 600W

Longueur de coupe : 55 cm

Longueur totale : 255 cm

Poids : 5,7 kg

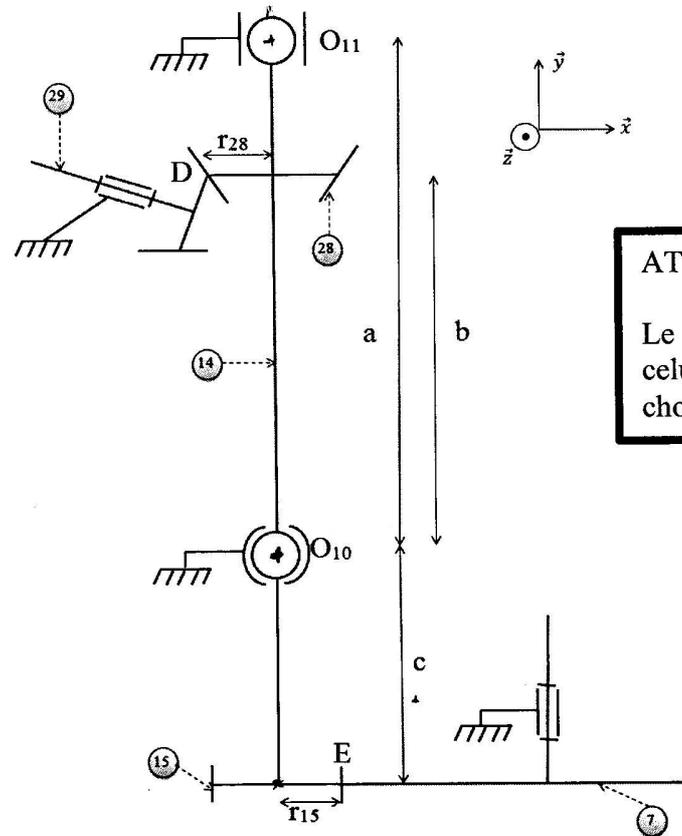


Les coupe-haies sur perche ont été spécialement conçus pour faciliter la taille de haies larges, longues ou hautes sans avoir recours à un échafaudage. L'étude se limite à la partie finale du coupe-haie HEL-600 : la barre de coupe (image ci-dessous).



On donne en annexes le dessin de définition, la nomenclature ainsi qu'une vue en coupe du système.

Le sujet se décompose en 5 parties et 6 annexes. Le sujet principal de l'étude est l'arbre 14 du taille-haie (solidaire des pignons 15 et 28). Un schéma de cet arbre est donné ci-dessous. L'action de la pesanteur est négligée.



**ATTENTION**

Le repère choisi n'est pas celui « habituellement » choisi en TD : méfiance...

Données géométriques :

| $r_{28}$ | $r_{15}$ | $a$  | $b$  | $c$  |
|----------|----------|------|------|------|
| 18mm     | 38mm     | 80mm | 65mm | 25mm |

### Première partie : effort de contact en E

1°) Calculer les rapports de transmission de chaque engrenage.

(Aide : la conicité des roues n'implique rien de particulier sur les rapports de transmission)

2°) En déduire le rapport de transmission global entre 29 et 7, et dire s'il s'agit d'une multiplication ou d'une réduction de vitesse.

3°) – Le moteur peut fournir sur l'arbre relié à 29, une puissance utile d'au maximum 600W.

En sachant que :

- le rendement d'un engrenage conique est de 95%
- l'arbre relié à 29 tourne à 780tr/min

Calculer la vitesse de rotation  $N_{15}$  du pignon 15, ainsi que son couple  $C_{15}$ .

4°) A partir des résultats précédents, et en sachant que le rayon du pignon 15 est de  $r_{15}=38\text{mm}$ , et que l'angle de pression est de  $\alpha=20^\circ$ , donner le torseur des efforts de contact (expression analytique) en E de la **roue 7 sur le pignon 15**, en fonction de  $C_{15}$ . Donner ensuite le torseur sous format numérique.

Important : On précise que l'arbre 14 tourne dans le sens direct autour de l'axe  $\vec{y}$ .

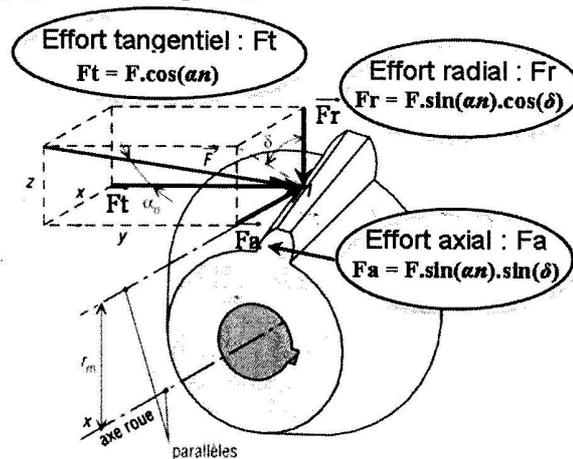
## Deuxième partie : effort de contact en D

Le torseur de l'effort de contact au point D est donné ci-dessous :

$$\{T_{29 \rightarrow 28}\} = \begin{pmatrix} F_{R28} & 0 \\ F_{A28} & 0 \\ F_{T28} & 0 \end{pmatrix}_{(D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

5°) En se basant sur la 1<sup>ère</sup> partie, ainsi que sur le schéma et les formules suivantes (concernant les efforts sur les dents d'engrenage conique à denture droite), donner les expressions analytique de :  $F_{R28}$ ,  $F_{A28}$  et  $F_{T28}$  en fonction de  $C_{15}$ . Donner ensuite le torseur sous format numérique. √

Aide pour cette partie : bien penser que le couple de l'arbre 14 (ou du pignon 15) peut être exprimé par rapport au pignon 28, et que  $\alpha_n = 20^\circ$  et  $\delta = 30^\circ$



## Troisième partie : efforts aux roulements

Quels que soient les résultats des parties précédentes, on prendra (en Newton) :

$$\{T_{29 \rightarrow 28}\} = \begin{pmatrix} F_{R28} = 138 & 0 \\ F_{A28} = 80 & 0 \\ F_{T28} = 436 & 0 \end{pmatrix}_{(D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad \text{et} \quad \{T_{7 \rightarrow 15}\} = \begin{pmatrix} F_{R15} = -76 & 0 \\ F_{A15} = 0 & 0 \\ F_{T15} = 207 & 0 \end{pmatrix}_{(E, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Le guidage en rotation de l'arbre 14 est assuré par deux roulements  $R_{10}$  et  $R_{11}$ . Le but de cette partie est de déterminer les actions de liaisons aux points  $O_{10}$  et  $O_{11}$ , respectivement les points d'application de  $R_{10}$  et  $R_{11}$ . Les roulements  $R_{10}$  et  $R_{11}$  sont modélisés respectivement par une liaison rotule (de centre  $O_{10}$ ) et par une liaison linéaire annulaire (de centre  $O_{11}$  et d'axe  $\vec{y}$ ).

6°) Donner la forme des torseurs des actions mécaniques aux points  $O_{10}$  et  $O_{11}$ .

7°) Que dire de l'addition de ces 2 torseurs ?

8°) Après avoir ramené au point  $O_{10}$ , l'ensemble des torseurs des efforts qui s'appliquent à l'arbre 14, déterminer toutes les inconnues de liaison (expressions analytiques puis applications numériques).

9°) En déduire les efforts radiaux  $F_{R10}$  et  $F_{R11}$  et les efforts axiaux  $F_{A10}$  et  $F_{A11}$  encaissés par chaque roulement.

## Quatrième partie : vérification des roulements R<sub>10</sub> et R<sub>11</sub>.

Pour la suite du sujet, quels que soient les résultats de la partie précédente, les valeurs des efforts radiaux et axiaux sont données dans le tableau ci-dessous.

|               | Roulement R <sub>10</sub> | Roulement R <sub>11</sub> |
|---------------|---------------------------|---------------------------|
| Effort Axial  | 80N                       | 0N                        |
| Effort Radial | 360N                      | 330N                      |
| Référence SKF | W6005 – 2Z                | W6005                     |

10°) A partir de l'extrait du catalogue général SKF en annexe, calculer la durée de vie de chacun des roulements.

11°) La question 10 permet de calculer les durées de vie correspondant à une fiabilité de 90% pour chaque roulement. Calculer la fiabilité du montage pour la durée de vie définie par le cahier des charges : 15000 heures). Conclure sur la fiabilité du montage.

$$\text{On donne : } L_x = L_{10} \left( \frac{\text{Log}X}{\text{Log}0,9} \right)^{2/3}$$

## Cinquième partie : choix du matériau du pignon 15.

Cette partie consiste à définir le choix de l'acier utilisé pour l'usinage du pignon 15. On propose de choisir dans une liste de matériaux dont les caractéristiques mécaniques sont consignées dans le tableau ci-dessous.

|            | Type                                   | Rm   | Hb  |
|------------|--|------|-----|
| Matériau 1 | Acier au chrome - trempe totale        | 1100 | 340 |
| Matériau 2 | Acier au chrome - trempe superficielle | 1000 | 540 |
| Matériau 3 | Acier allié                            | 800  | 320 |
| Matériau 4 | Acier de nituration                    | 950  | 700 |

Le pignon 15 sera taillé avec une crémaillère normale ( $\alpha_0 = 20^\circ$ ). Le procédé de taillage permet d'obtenir une qualité ISO 7. La durée de vie de l'ensemble sera de 15000 heures en fonctionnement 8h/jour. On précise que :

Le rapport géométrique  $\lambda$  vaut 10.

La conduite C vaut 1,7

Le récepteur est de classe II

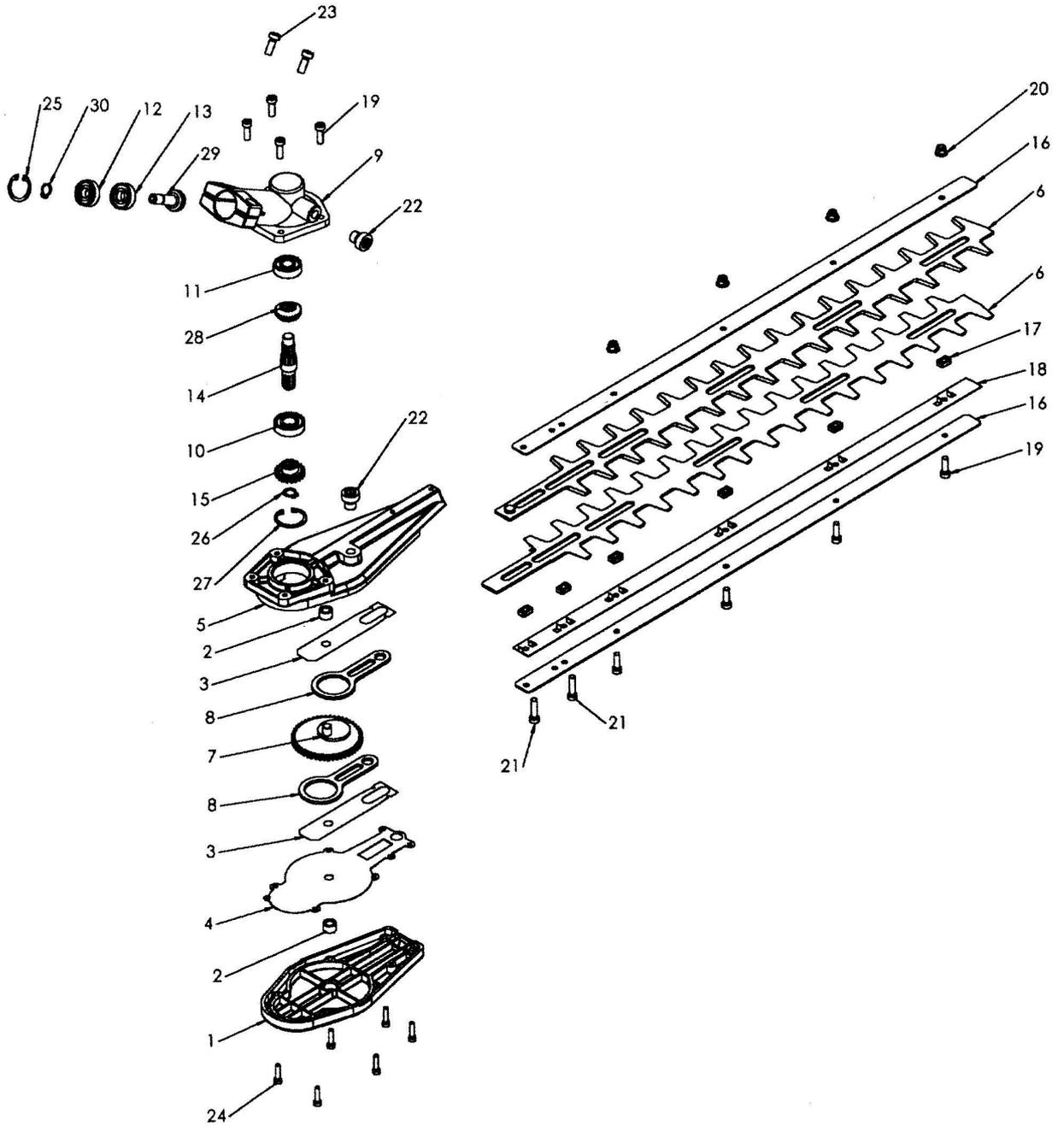
12°) A partir du critère de flexion au pied de dent, calculer la contrainte  $\sigma_0$ . Conclure sur le choix du matériau à partir du tableau ci-dessus.

13°) A partir du critère d'usure de la pression superficielle, calculer la grandeur  $K_0$ . Conclure sur le choix du ou des matériau(x) utilisable(s).

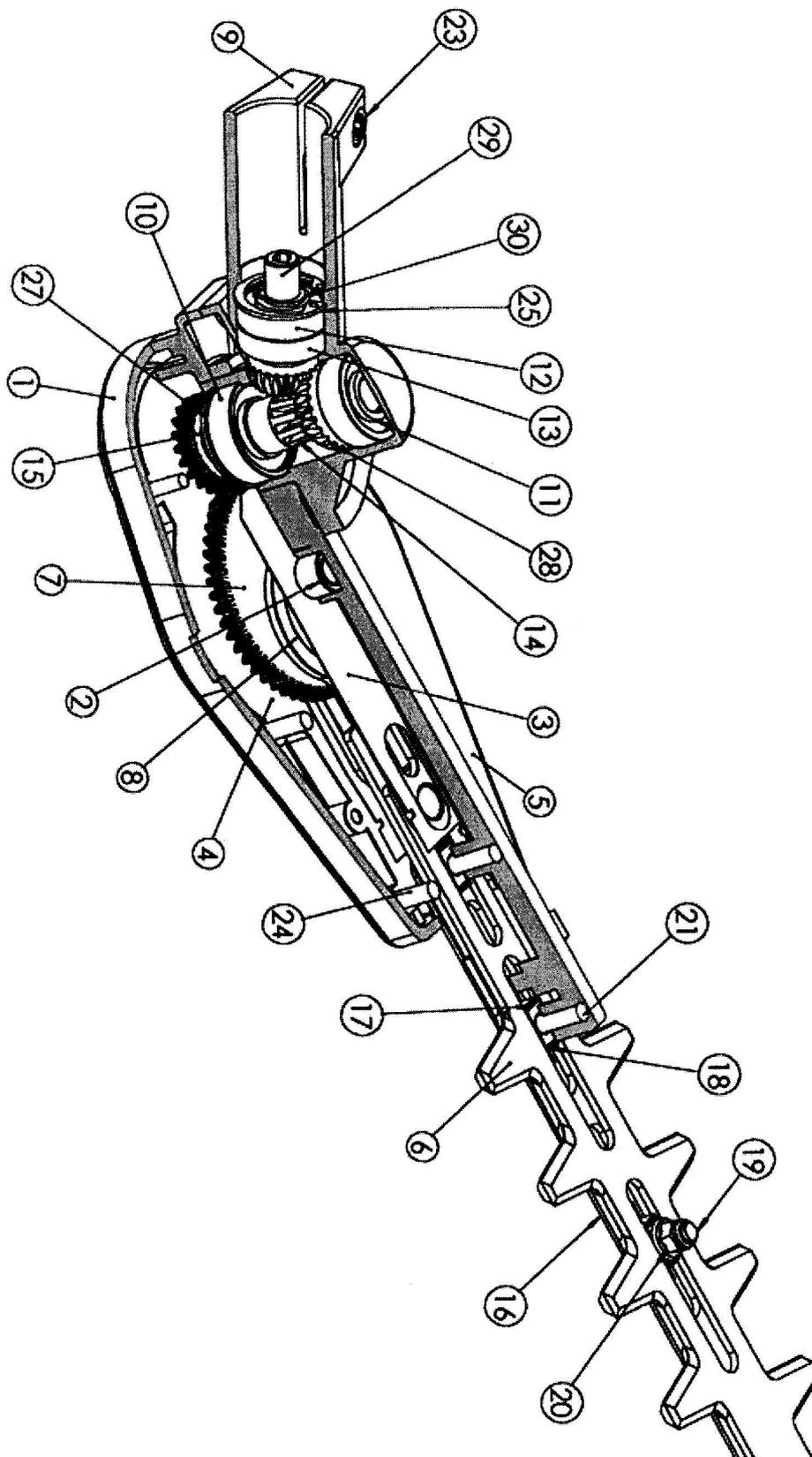
## ANNEXE 1 : Nomenclature du HEL 600

| Rep | Nb | Désignation                                      |
|-----|----|--|
| 1   | 1  | Couvercle  |
| 2   | 2  | Douille HK 0808                                  |
| 3   | 2  | Tôle de butée                                    |
| 4   | 1  | Joint de couvercle                               |
| 5   | 1  | Carter inférieur                                 |
| 6   | 2  | Barre de coupe                                   |
| 7   | 1  | Engrenage $z=50$                                 |
| 8   | 2  | Bielle   |
| 9   | 1  | Carter supérieur                                 |
| 10  | 1  | Roulement  |
| 11  | 1  | Roulement  |
| 12  | 1  | Roulement 609-24x9                               |
| 13  | 1  | Roulement 609-2Z                                 |
| 14  | 1  | Arbre de sortie                                  |
| 15  | 1  | Pignon $z = 19$                                  |
| 16  | 2  | Glissière de guidage                             |
| 17  | 6  | Pièce coulissante                                |
| 18  | 1  | Bande élastique                                  |
| 19  | 8  | Vis CZX M5-16                                    |
| 20  | 4  | Ecrou H M 5 x 0,8 DIN 6926                       |
| 21  | 2  | Vis CZX M5-20                                    |
| 22  | 2  | Vis CZX M10-10                                   |
| 23  | 2  | Vis CZX M6-16                                    |
| 24  | 6  | Vis CZX M4-16                                    |
| 25  | 1  | Anneau élastique pour alésage 24 x 1,2 - BS 3673 |
| 26  | 1  | Anneau élastique pour arbre 10 x 1 - BS 3673     |
| 27  | 1  | Anneau élastique pour alésage 28 x 1,2 - BS 3673 |
| 28  | 1  | Pignon conique $z=27$                            |
| 29  | 1  | Pignon conique $z=24$                            |
| 30  | 1  | Anneau élastique pour arbre 9 x 1 - BS 3673      |

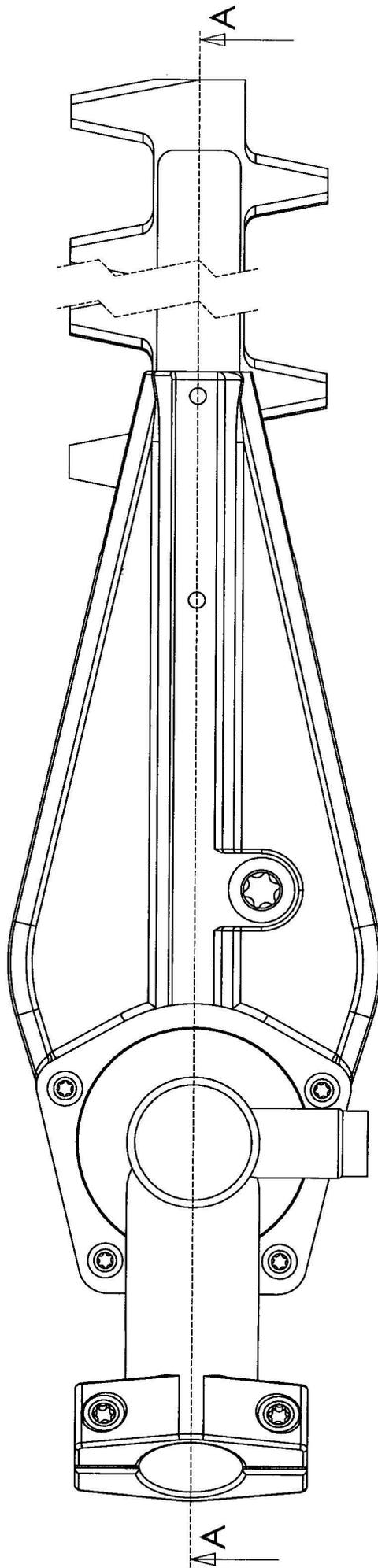
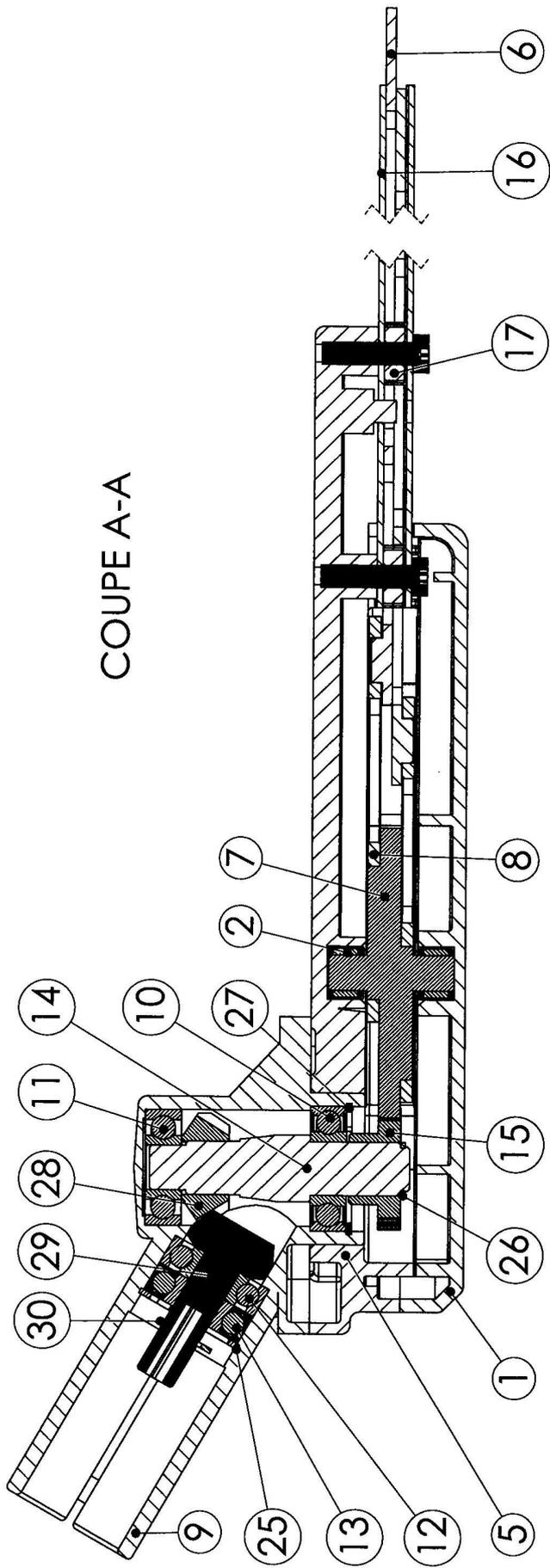
# ANNEXE 2 : Eclaté du HEL 600



### ANNEXE 3 : Vue en coupe du HEL 600



COUPE A-A

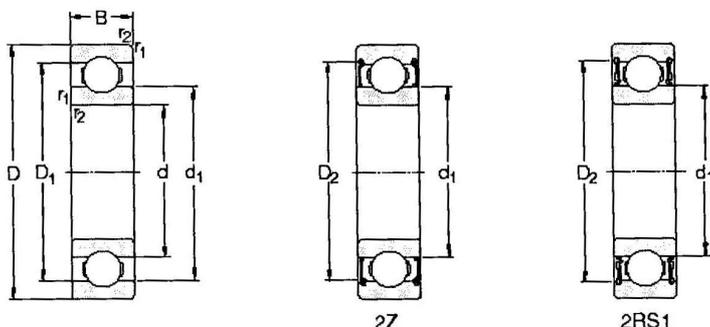


Taille Haute

ISTIA

## ANNEXE 4 : Roulements SKF

**Roulements rigides à billes en acier inoxydable**  
d 10 – 50 mm



| Dimensions d'encombrement |    |    | Charges de base |                      | Coefficients de calcul       |                              | Masse | Désignation |           |             |
|---------------------------|----|----|-----------------|----------------------|------------------------------|------------------------------|-------|-------------|-----------|-------------|
| d                         | D  | B  | C dyn.          | C <sub>0</sub> stat. | k <sub>r</sub> <sup>1)</sup> | f <sub>0</sub> <sup>2)</sup> |       |             |           |             |
| mm                        |    |    | N               |                      | -                            |                              | kg    | -           |           |             |
| 10                        | 26 | 8  | 3 900           | 1 900                | 25                           | 12                           | 0,019 | W 6000      | W 6000-2Z | W 6000-2RS1 |
|                           | 30 | 9  | 4 230           | 2 280                | 25                           | 13                           | 0,032 | W 6200      | W 6200-2Z | W 6200-2RS1 |
|                           | 35 | 11 | 6 760           | 3 250                | 30                           | 11                           | 0,053 | W 6300      | W 6300-2Z | W 6300-2RS1 |
| 12                        | 28 | 8  | 4 230           | 2 280                | 25                           | 13 <sup>4</sup>              | 0,022 | W 6001      | W 6001-2Z | W 6001-2RS1 |
|                           | 32 | 10 | 5 720           | 2 900                | 25                           | 12                           | 0,037 | W 6201      | W 6201-2Z | W 6201-2RS1 |
|                           | 37 | 12 | 8 190           | 4 050                | 30                           | 11                           | 0,060 | W 6301      | W 6301-2Z | W 6301-2RS1 |
| 15                        | 32 | 9  | 4 680           | 2 750                | 25                           | 14                           | 0,030 | W 6002      | W 6002-2Z | W 6002-2RS1 |
|                           | 35 | 11 | 6 370           | 3 600                | 25                           | 13                           | 0,045 | W 6202      | W 6202-2Z | W 6202-2RS1 |
|                           | 42 | 13 | 9 560           | 5 200                | 30                           | 12                           | 0,085 | W 6302      | W 6302-2Z | W 6302-2RS1 |
| 17                        | 35 | 10 | 5 070           | 3 150                | 25                           | 14                           | 0,039 | W 6003      | W 6003-2Z | W 6003-2RS1 |
|                           | 40 | 12 | 8 060           | 4 650                | 25                           | 13                           | 0,065 | W 6203      | W 6203-2Z | W 6203-2RS1 |
|                           | 47 | 14 | 11 400          | 6 300                | 30                           | 12                           | 0,12  | W 6303      | W 6303-2Z | W 6303-2RS1 |
| 20                        | 42 | 12 | 7 930           | 4 900                | 25                           | 14                           | 0,069 | W 6004      | W 6004-2Z | W 6004-2RS1 |
|                           | 47 | 14 | 10 800          | 6 400                | 25                           | 13                           | 0,11  | W 6204      | W 6204-2Z | W 6204-2RS1 |
|                           | 52 | 15 | 13 500          | 7 650                | 30                           | 12                           | 0,14  | W 6304      | W 6304-2Z | W 6304-2RS1 |
| 25                        | 47 | 12 | 8 520           | 5 700                | 25                           | 15                           | 0,080 | W 6005      | W 6005-2Z | W 6005-2RS1 |
|                           | 52 | 15 | 11 900          | 7 650                | 25                           | 14                           | 0,13  | W 6205      | W 6205-2Z | W 6205-2RS1 |
|                           | 62 | 17 | 17 200          | 10 800               | 30                           | 13                           | 0,23  | W 6305      | W 6305-2Z | W 6305-2RS1 |
| 30                        | 55 | 13 | 11 100          | 8 000                | 25                           | 15                           | 0,12  | W 6006      | W 6006-2Z | W 6006-2RS1 |
|                           | 62 | 16 | 16 300          | 10 800               | 25                           | 14                           | 0,20  | W 6206      | W 6206-2Z | W 6206-2RS1 |
|                           | 72 | 19 | 22 500          | 14 600               | 30                           | 13                           | 0,35  | W 6306      | W 6306-2Z | W 6306-2RS1 |
| 35                        | 62 | 14 | 13 500          | 10 000               | 25                           | 15                           | 0,16  | W 6007      | W 6007-2Z | W 6007-2RS1 |
|                           | 72 | 17 | 21 600          | 14 600               | 25                           | 14                           | 0,29  | W 6207      | W 6207-2Z | W 6207-2RS1 |
|                           | 80 | 21 | 27 600          | 18 600               | 30                           | 13                           | 0,46  | W 6307      | W 6307-2Z | W 6307-2RS1 |
| 40                        | 68 | 15 | 14 000          | 10 800               | 25                           | 15                           | 0,19  | W 6008      | W 6008-2Z | W 6008-2RS1 |
|                           | 80 | 18 | 24 700          | 17 300               | 25                           | 14                           | 0,37  | W 6208      | W 6208-2Z | W 6208-2RS1 |
| 45                        | 75 | 16 | 17 800          | 14 600               | 25                           | 15                           | 0,25  | W 6009      | W 6009-2Z | W 6009-2RS1 |
|                           | 85 | 19 | 27 600          | 19 600               | 25                           | 14                           | 0,41  | W 6209      | W 6209-2Z | W 6209-2RS1 |
| 50                        | 80 | 16 | 18 200          | 16 000               | 25                           | 15                           | 0,26  | W 6010      | W 6010-2Z | W 6010-2RS1 |
|                           | 90 | 20 | 29 600          | 22 400               | 25                           | 14                           | 0,46  | W 6210      | W 6210-2Z | W 6210-2RS1 |

<sup>1)</sup> Coefficient de calcul de la charge minimale : pour la formule, voir SKF Interactive Engineering Catalogue.

<sup>2)</sup> Coefficient de calcul pour déterminer le coefficient Y lors du calcul d'une charge dynamique équivalente.

## ANNEXE 5 : calcul de durée de vie des roulements

| roulements à billes à contact radial   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
|--|-------|---|-------|--------------------------|---|---|-------|--------------------------|-------|
| si $\frac{F_a}{F_r} \leq e$ alors $P = F_r$  |       |   |       |                          | si $\frac{F_a}{F_r} > e$ alors $P = 0,56.F_r + Y.F_a$ |   |       |                          |       |
| les coefficients $e$ et $y$ ci-dessus dépendent du rapport $\frac{F_a}{C_0}$ (voir ci-dessous)   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| $\frac{F_a}{C_0}$  | 0,014 | 0,028   | 0,056 | 0,084                    | 0,110   | 0,170   | 0,280 | 0,420                    | 0,560 |
| $e$  | 0,19  | 0,22  | 0,26  | 0,28                     | 0,30  | 0,34  | 0,38  | 0,42                     | 0,44  |
| $y$  | 2,30  | 1,99  | 1,71  | 1,55                     | 1,45  | 1,31  | 1,15  | 1,04                     | 1,00  |
| roulements à rotules   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| si $\frac{F_a}{F_r} \leq e$ alors $P = F_r + Y_1.F_a$  |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| si $\frac{F_a}{F_r} > e$ alors $P = X.F_r + Y_2.F_a$   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| billes : $X = 0,65$<br>rouleaux : $X = 0,67$   |       | $e, Y_1, Y_2$ sont indiqués dans les tableaux de dimensions avec $d, D \dots$ |       |                          |   |   |       |                          |       |
| roulements à rouleaux coniques à une rangée  |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| si $\frac{F_a}{F_r} \leq e$ alors $P = F_r$  |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| si $\frac{F_a}{F_r} > e$ alors $P = 0,4.F_r + Y.F_a$   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| $e$ et $Y$ sont indiqués dans les tableaux de dimensions avec $d$  |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| roulements à contact oblique   |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |
| $\alpha$<br>degrés   | $e$   | roulements à une rangée<br>et roulements en tandem (duplex T)                 |       |                          |   | roulements à deux rangées<br>et duplex en X et en O |       |                          |       |
|  |       | si $\frac{F_a}{F_r} \leq e$   |       | si $\frac{F_a}{F_r} > e$ |   | si $\frac{F_a}{F_r} \leq e$                         |       | si $\frac{F_a}{F_r} > e$ |       |
|  |       | X   | Y     | X                        | Y   | X   | Y     | X                        | Y     |
| 20   | 0,57  | 1   | 0     | 0,43                     | 1,00  | 1,0   | 1,09  | 0,70                     | 1,63  |
| 25   | 0,68  | 1   | 0     | 0,41                     | 0,87  | 1,0   | 0,92  | 0,67                     | 1,41  |
| 30   | 0,80  | 1   | 0     | 0,39                     | 0,76  | 1,0   | 0,78  | 0,63                     | 1,24  |
| 35   | 0,95  | 1   | 0     | 0,37                     | 0,66  | 1,0   | 0,66  | 0,60                     | 1,07  |
| 40°  | 1,14  | 1   | 0     | 0,35                     | 0,57  | 1,0   | 0,55  | 0,57                     | 0,93  |
| 45   | 1,33  | 1   | 0     | 0,33                     | 0,50  | 1,0   | 0,47  | 0,51                     | 0,81  |
| pour les angles $\alpha < 20^\circ$ les valeurs de $e$ et $y$ dépendent de $\frac{F_a}{C_0}$<br>* la valeur $\alpha = 40^\circ$ est la plus courante |       |   |       |                          |   |   |       |                          |       |