UNIVERSITÉ D'ANGERS
ANNÉE 2013-2014
ISTIA EI
BASES de L'ANALYSE

Contrôle continu du 6/12/2013

Exercice I 1. Calculer i^{2013}.

2. Soit le nombre complexe $z = 1 + i\sqrt{3}$.

i) Déterminer le module et l'argument de z.

ii) Exprimer z sous forme trigonométrique puis exponentielle. Représenter z dans le plan complexe.

iii) Calculer z^3 et le reporter dans le plan complexe.

iv) Trouver les nombres complexes Z tels que $Z^3 = z$, puis les reporter dans le plan complexe.

Exercice II Soit $f : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}$ la fonction réelle définie par:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{1}{1+x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

i) Donner le domaine de définition D_f de f.

ii) Donner une condition sur b pour que f soit continue sur D_f.

iii) Déterminer a et b tels que f est dérivable sur D_f et calculer dans ce cas $f'(0)$.

Exercice III Vérifier que les conditions du théorème de Rolle s'appliquent à la fonction $f(x) = \cos(2x)$ sur l'intervalle $[0, 2\pi]$, puis trouver les points c qui satisfont la conclusion du théorème.

Exercice IV i) Donner le développement limité à lordre 4 en 0 de $f(x) = \cos(\sin(x))$.

ii) Calculer$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2\cos(\sin(x)) + x^2 - 2}{x^4}$.