

Contrôle continu du 11/10/2013

Exercice I Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction. Donner la négation des propositions suivantes:

- i) $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$.
- ii) $\forall M > 0, \exists A > 0, \forall x > A, f(x) > M$.
- iii) $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0 \implies f(x) > 0$.

Exercice II Déterminer parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies (justifier au moins une de vos réponses):

- i) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R}, x > yz$.
- ii) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x > yz$.

Exercice III Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, on a:

$$3^n \geq n^2$$

Exercice IV 1) Combien y-a-t-il de nombres à 7 chiffres deux à deux distincts si:

- i) 0 n'est pas inclus.
- ii) 0 est inclus.

Exercice V Montrer que la suite de terme général $u_n = \frac{\cos(n)\sin(n) - 2}{n^2}$ a pour limite 0 lorsque n tend vers l'infini.