

Contrôle continu du 11/10/2013

**Exercice I** Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction. Donner la négation des propositions suivantes:

- i)  $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$ .
- ii)  $\forall M > 0, \exists A > 0, \forall x > A, f(x) > M$ .
- iii)  $\forall x \in \mathbb{R}, x > 0 \implies f(x) > 0$ .

**Exercice II** Déterminer parmi les propositions suivantes lesquelles sont vraies (justifier au moins une de vos réponses):

- i)  $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, \exists z \in \mathbb{R}, x > yz$ .
- ii)  $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, \forall z \in \mathbb{R}, x > yz$ .

**Exercice III** Démontrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , on a:

$$3^n \geq n^2$$

**Exercice IV** 1) Combien y-a-t-il de nombres à 7 chiffres deux à deux distincts si:

- i) 0 n'est pas inclus.
- ii) 0 est inclus.

**Exercice V** Montrer que la suite de terme général  $u_n = \frac{\cos(n)\sin(n) - 2}{n^2}$  a pour limite 0 lorsque  $n$  tend vers l'infini.