Mathématiques, EI1 , **Contrôle continu 5, partie algèbre** , ISTIA 2011-2012

Exercice 1. (4.5 pts) (a) Soient M, P, A les trois matrices suivantes :

$$M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad A = PMP^{-1}.$$

Calculer successivement $\det(P)$, P^{-1}, A puis $A^2 - 3A^3$.

(b) Soit $B = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$. Déterminer le polynôme caractéristique ainsi que les valeurs

(a) Pour $f \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\cos\theta \\ r\sin\theta \end{pmatrix}$, calculer sa matrice jacobienne au point $w = \begin{pmatrix} r \\ \theta \end{pmatrix}$, puis au point $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Déterminer la différentielle de f au point v en tant qu'application linéaire puis l'image du vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ par cette application linéaire.

(b) On considère l'application $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \sqrt{\frac{x}{y}}$. Déterminer et représenter géométriquement son domain de définition. Calculer son vecteur gradient là où elle est définie. Calculer $\frac{dF}{dt}$ lorsque $x = e^t$ and $y = t^2$.

Exercice 3. (1 pt) **Question du cours.** Soit $A(D) = \iint_D 1\, dxdy$.

(a) Que représente géométriquement $A(D)$ lorsque D est un triangle plein ?

(b) Proposer un exemple explicite de triangle plein D et donner la valeur de $A(D)$ correspondante.