

Contrôle continu n°3 du 8 janvier 2015
Une feuille de notes A4 recto-verso autorisée
sans autres documents ni calculatrice

Exercice 1

- [1 pt] Donnez le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ si $x \neq 0$, $f(0) = 1$.
- [2 pts] Donnez le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $g(x) = \frac{x}{\sin(x)}$ si $x \neq 0$, $g(0) = 1$.
- [2 pts] Donnez le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $h(x) = \sin^2(x)$.

Exercice 2

- Question de cours.
 - [0.5 pt] Donnez le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $\cosh(x) = \frac{1}{2}(\exp(x) + \exp(-x))$
 - [0.5 pt] Donnez la formule du développement de $(a+b)^3$
- [2 pts] Donnez le développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0 de la fonction $f(x) = \ln^3(1+x)$.
- [3 pts] Donnez le développement limité à l'ordre 9 au voisinage de 0 de la fonction $g(x) = \ln^3(\cosh(x))$

Exercice 3

Soit la fonction $f(x) = 1 + 2x + x^3 \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ si $x \neq 0$, $f(0) = 1$.

- [1 pt] Montrez que $\lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right) = 0$. La limite $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$ existe-t-elle ? (Sans démonstration demandée.)
- [3 pts] Déterminez, s'ils existent, les développements limités au voisinage de 0 de la fonction f aux ordres 1, 2 et 3.

Exercice 4

- [2 pts] Donnez le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $+\infty$ de $f(x) = \exp\left(\frac{1}{x(x+1)}\right) - 1$
- [1 pt] En déduire la limite en $+\infty$ de $g(x) = x^2 \left(\exp\left(\frac{1}{x}\right) - \exp\left(\frac{1}{x+1}\right) \right)$

Exercice 5

Donnez le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de $x = 2$ de :

- [1 pt] $\ln(x)$
- [1 pt] $\exp(x)$