

Contrôle continu n°2 – Sujet A

Jeudi 17 décembre 2015 – durée 1h20

Avec documents, sans calculatrice

Exercice 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = \frac{n^{36} + 1}{(2n+1)^{36}}$. Calculer la limite de (u_n) .

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{C} l'équation

$$4z^2 - 4z + 5 = 0.$$

Exercice 3

On considère les trois nombres complexes $z_1 = 1 + i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$ et $z_3 = \frac{z_1}{z_2}$.

1. Déterminer les parties réelle et imaginaire de z_3 .
2. Écrire sous forme exponentielle les nombres z_1 et z_2 .
3. En déduire la forme trigonométrique de z_3 .
4. En déduire la valeur exacte de $\cos(\frac{\pi}{12})$.

Exercice 4

Linéariser, pour $\theta \in \mathbb{R}$, $\cos^3(\theta)$.

Exercice 5

1. Rappeler la valeur de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
2. Démontrer rapidement le résultat précédent.
3. Calculer les limites de $x^1 \sin(\frac{1}{x^2})$ en 0 , $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ et $-\infty$. Justifier.

Exercice 6

Montrer par le Théorème des Accroissements Finis (T.A.F.) que $1 + x < \exp(x)$ pour $x > 0$.