

UNIVERSITÉ D'ANGERS
ANNÉE 2014-2015
ISTIA EI1 et EI2PM
BASES de L'ANALYSE

Contrôle continu du 3/10/2014

Documents de cours et TD autorisés, calculatrices interdites.

Exercice I Soient les quatre propositions suivantes:

A: $\exists m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, m + n$ est pair;

B: $\exists m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N}, m + n$ est pair.

C: $\forall m \in \mathbb{N}, \exists n \in \mathbb{N}, m + n$ est pair;

D: $\forall m \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, m + n$ est pair;

i) Ces propositions sont-elles vraies ou fausses? Justifier deux de vos réponses.

ii) Donner leurs négations.

Exercice II On considère la proposition suivante:

$$\forall x \in \mathbb{R}, x < 1 \implies x^2 < 1.$$

Ecrire

i) Sa négation.

ii) La proposition contraposée.

Ces deux propositions sont-elles vraies ou fausses? Justifier une des vos réponses.

Exercice III Démontrer par récurrence que

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1, 1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

Exercice IV Soient $A = \mathbb{R} - \{1\}$ et $B = \mathbb{R} - \{2\}$ et soit f l'application de A dans B , $f(x) = \frac{2x-5}{x-1}$.

i) Démontrer que f est injective.

ii) Démontrer que f est surjective.

iii) Calculer l'inverse f^{-1} de f .

Exercice V Dans une urne contenant 45 boules numérotées de 1 à 45, on procède à un tirage de 6 boules sans remise. Quel est le nombre de possibilités si:

i) On tient compte de l'ordre.

ii) On ne tient pas compte de l'ordre.

iii) On ne tient pas compte de l'ordre et la boule numéro 3 est tirée.